

التمرين الأول

أبسط الأعداد A و B و C

$$B = \sqrt{99} - 5\sqrt{1100} + 7\sqrt{396}$$

$$B = \sqrt{9 \times 11} - 5\sqrt{100 \times 11} + 7\sqrt{36 \times 11}$$

$$B = 3\sqrt{11} - 5 \times 10\sqrt{11} + 7 \times 6\sqrt{11}$$

$$B = 3\sqrt{11} - 50\sqrt{11} + 42\sqrt{11}$$

$$B = (3 - 50 + 42)\sqrt{11}$$

$$B = -5\sqrt{11}$$

$$A = \sqrt{63} - \sqrt{112} + \sqrt{253}$$

$$A = \sqrt{9 \times 7} - \sqrt{16 \times 7} + \sqrt{36 \times 7}$$

$$A = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 6\sqrt{7}$$

$$A = (3 - 4 + 6)\sqrt{7}$$

$$A = 5\sqrt{7}$$

$$C = \frac{\sqrt{15}}{7\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{60}}{3\sqrt{55}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{10}} \times \frac{4\sqrt{33}}{2\sqrt{6}}$$

$$C = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{7\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{49} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} \times \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{11}}{2\sqrt{6}}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{1} \times \frac{2\sqrt{3}}{1}$$

$$C = 2$$

2- أبسط a و b

$$b = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(3-2\sqrt{2}) \times (3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2}) \times (3-2\sqrt{2})}}$$

$$b = \sqrt{\frac{(3-2\sqrt{2})^2}{3^2 - (2\sqrt{2})^2}} = \sqrt{\frac{(3-2\sqrt{2})^2}{9-8}}$$

$$b = \sqrt{\frac{(3-2\sqrt{2})^2}{1}}$$

$$b = 3-2\sqrt{2}$$

$$a = \sqrt{\frac{5\sqrt{2}-7}{5\sqrt{2}+7}} = \sqrt{\frac{(5\sqrt{2}-7) \times (5\sqrt{2}-7)}{(5\sqrt{2}+7) \times (5\sqrt{2}-7)}}$$

$$a = \sqrt{\frac{(5\sqrt{2}-7)^2}{(5\sqrt{2})^2 - 7^2}} = \sqrt{\frac{(5\sqrt{2}-7)^2}{50-49}}$$

$$a = \sqrt{\frac{(5\sqrt{2}-7)^2}{1}} = \sqrt{(5\sqrt{2}-7)^2}$$

$$a = 5\sqrt{2}-7$$

أحسب  $\sqrt{2a+5b}$

$$\begin{aligned}\sqrt{2a+5b} &= \sqrt{2(5\sqrt{2}-7)+5(3-2\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{10\sqrt{2}-14+15-10\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{1} \\ &= 1\end{aligned}$$

أحسب  $(A+B)^2$  ثم استنتج:  $A+B$

$$\begin{aligned}(A+B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 \\ &= 7 - 4\sqrt{3} + 2 \times 1 + 7 + 4\sqrt{3} \\ &= 16\end{aligned}$$

$$A+B=4 \quad \text{إن} \quad \text{ن}$$

- أحسب  $AB$

$$A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \quad B = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$$

$$A \times B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} \times \sqrt{7+4\sqrt{3}}$$

$$A \times B = \sqrt{(7-4\sqrt{3}) \times (7+4\sqrt{3})}$$

$$A \times B = \sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2}$$

$$A \times B = \sqrt{49-48}$$

$$A \times B = \sqrt{1} = 1$$

4---- أحسب

$$\begin{aligned}(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2 &= 7-2\sqrt{42}+6 & (\sqrt{7}+\sqrt{2})^2 &= 7+2\sqrt{14}+2 & (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 &= 6-2\sqrt{12}+2 \\ &= 13-2\sqrt{42} & &= 9+2\sqrt{14} & &= 8-2\sqrt{4 \times 3} \\ & & & & &= 8-4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\frac{5}{\sqrt{9+2\sqrt{14}}} + \frac{4}{\sqrt{8-4\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{13-2\sqrt{42}}} = 0$$

----- استنتج أن:

$$\begin{aligned}
\frac{5}{\sqrt{9+2\sqrt{14}}} + \frac{4}{\sqrt{8-4\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{13-2\sqrt{42}}} &= \frac{5}{\sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{2})^2}} + \frac{4}{\sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}} - \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2}} \\
&= \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \\
&= \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{7-2} + \frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} \\
&= \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5} + \frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1} \\
&= \sqrt{7}-\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{7} - \sqrt{6} \\
&= 0
\end{aligned}$$

التمرين الثاني

لنحدد طبيعة المثلث  $ABC$

لدينا  $AB = 2\sqrt{5}$  و  $AC = \sqrt{65}$  و  $BC = 3\sqrt{5}$

إذن  $AB^2 = 20$  و  $AC^2 = 65$  و  $BC^2 = 45$

لدينا

$$\begin{aligned}
AB^2 + BC^2 &= 20 + 45 \\
&= 65
\end{aligned}$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad \text{إذن}$$

حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $B$

2- لنحسب  $r$  شعاع الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

لدينا  $ABC$  مثلث قائم الزاوية في محاط بدائرة  $(\zeta)$  إذن قطر الدائرة  $(\zeta)$  هو الضلع  $[AC]$

$$\text{ومنه فإن شعاع الدائرة هو } r = \frac{1}{2} AC \text{ أي } r = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

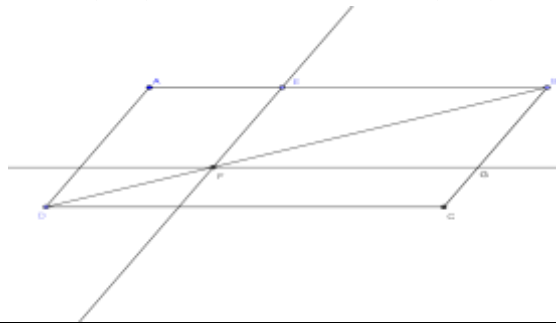
التمرين الثالث

$ABCD$  متوازي الأضلاع حيث  $AB = 9\text{cm}$  و  $AD = 5\text{cm}$

$E$  نقطة من  $[AB]$  حيث  $BE = 6\text{cm}$

الموازي للمستقيم  $(AD)$  المار من  $E$  يقطع المستقيم  $(BD)$  في النقطة  $F$

الموازي للمستقيم  $(DC)$  المار من  $F$  يقطع المستقيم  $(BC)$  في النقطة  $G$



لدينا في المثلث  $ABD$  :

$E \in (AB)$  و  $F \in (BD)$  و  $(EF) \parallel (AD)$

حسب خاصية طاليس المباشرة فإن  $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{AD}$

لدينا  $\frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AD}$  إذن  $\frac{EF}{4.5} = \frac{6}{9}$  ومنه فإن  $EF = \frac{4.5 \times 6}{9}$  أي  $EF = 3cm$

2- لدينا  $\frac{BF}{BD} = \frac{BE}{BA} = \frac{2}{3}$  إذن  $BF = \frac{2}{3}BD$

3- لدينا في المثلث  $BCD$

$F \in (BD)$  و  $G \in (BC)$  و  $(FG) \parallel (DC)$

حسب خاصية طاليس المباشرة فإن  $\frac{BG}{BC} = \frac{BF}{BD}$

وبما أن  $\frac{BF}{BD} = \frac{BE}{BA}$  (حسب ما سبق) فإن  $\frac{BG}{BC} = \frac{BE}{BA}$

لدينا في المثلث  $BAC$

$E \in (BA)$  و  $G \in (BC)$  و  $\frac{BE}{BA} = \frac{BG}{BC}$

وبما أن النقط  $B$  و  $E$  و  $A$  مرتبة نفس ترتيب النقط  $B$  و  $G$  و  $C$

فحسب خاصية طاليس العكسية فإن  $(EG) \parallel (AC)$