

الهندسة الفضائية

حساب الججوم - التكبير و التصغير



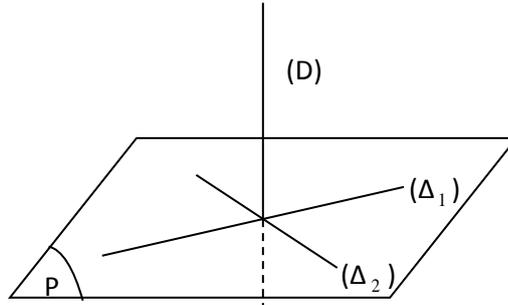
تعامد مستقيمتين و مستوى

تعريف

يكون مستقيم (D) عموديا على مستوى (P) في النقطة A إذا كان عموديا في النقطة A على مستقيمتين في (P) متقاطعتين في النقطة A

ملاحظة

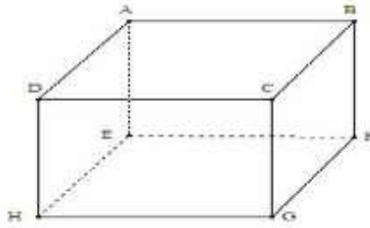
إذا كان مستقيم (D) عموديا على مستوى (P) فإنه يكون عموديا على جميع المستقيمت الواقعة ضمن هذا المستوى



مبرهنة أساسية

لكي يكون مستقيم (D) عموديا على مستوى (P) في نقطة A يكفي أن يكون عموديا في هذه النقطة على مستقيمتين متقاطعتين في A

مثال

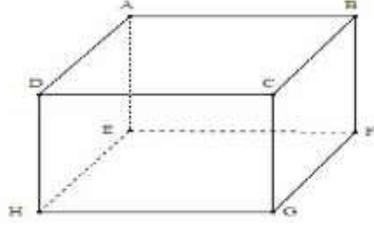


$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات قائم
نبين أن $(AE) \perp (ABCD)$
لدينا $(AE) \perp (AB)$ (مستطيل $ABFE$)
و $(AE) \perp (AD)$ (مستطيل $AEHD$)
وبما أن (AB) و (AD) يتقاطعان في النقطة A
فإن $(AE) \perp (ABCD)$ في A

المستويات المتعامدة

نقول إن مستويين (P) و (Q) متعامدان في الفضاء إذا تضمن أحدهما مستقيمتا عموديا على الآخر
ونكتب $(P) \perp (Q)$ أو $(Q) \perp (P)$ ونقرأ (P) و (Q) متعامدان

مثال



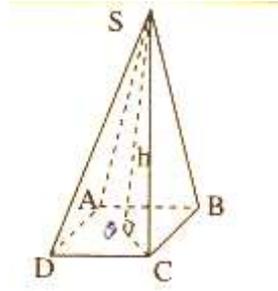
في متوازي المستطيلات القائم $ABCDEFGH$
المستويان (ABC) و (BCF) متعامدان لأن (BF)
عمودي على المستوى (ABC)

حساب الججوم

نرمز ب : : B لمساحة القاعدة ب : h للارتفاع ب : V للحجم ب : R شعاع

حجمه	الرسم التوضيحي	إسم الجسم الموشور القائم
$V = B \times h$		
$V = AB \times AD \times AE$ $V = B \times h$		متوازي المستطيلات
$V = AB^3$		المكعب
$V = \pi \times R^2 \times h$ $V = B \times h$		الأسطوانة

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$



الأسطوانة

تكبير - تصغير

تعريف

انطلاقا من شكل نستخرج شكلا آخر يشابهه وذلك بضرب أبعاده في عدد حقيقي k موجب قطعاً و يخالف 1

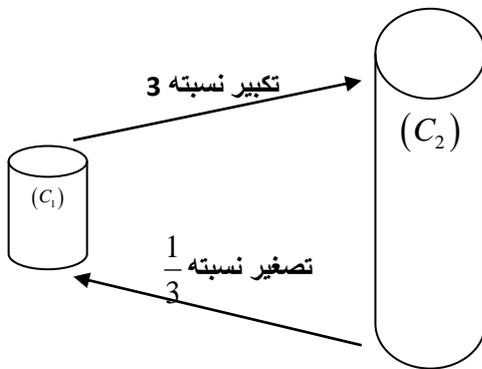
ملاحظة

نحصل على شكل مكبر إذا كان $k > 1$

نقول : قمنا بتكبير نسبته k

نحصل على شكل مصغر إذا كان $0 < k < 1$

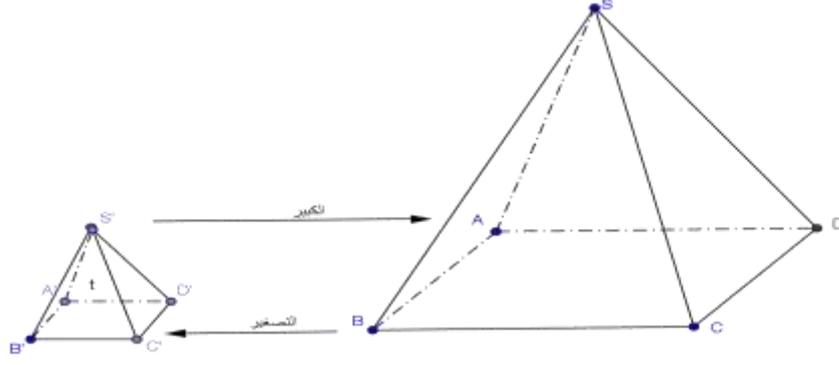
نقول : قمنا بتصغير نسبته k



الأسطوانة (C_1) هي تصغير للأسطوانة (C_2) بنسبة $\frac{1}{3}$

الأسطوانة (C_2) هي تكبير للأسطوانة (C_1) بنسبة 3

مثال 2



الهرم $S'A'B'C'D'$ تصغير للهرم $SABCD$
الهرم $SABCD$ تكبير للهرم $S'A'B'C'D'$

أثر التكبير و التصغير على المساحات و الحجوم

قاعدة 1

عند تصغير او تكبير مجسم بنسبة k فإن :

- الأطوال تضرب في العدد k
- المساحات تضرب في العدد k^2
- الحجوم تضرب في العدد k^3

قاعدة 2

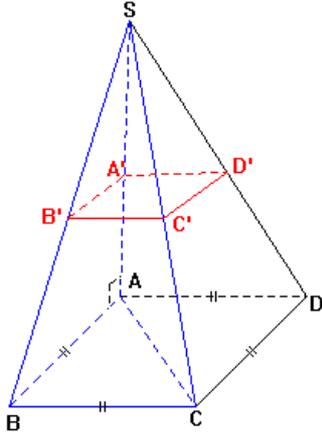
إذا كان $A'B'C'D'$ هو مقطع هرم $OABCD$ بمستوى يوازي القاعدة $ABCD$ فإن
 $OA'B'C'D'$ هو تصغير للهرم $OABCD$ و النسبة k حيث $k = \frac{OA'}{OA}$ تسمى سلم
التصغير أو نسبة التصغير

مفردات

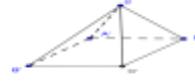
- مقطع هرم بمستوى يوازي القاعدة هو مضلع له نفس طبيعة القاعدة وأضلاعه توازي على التوالي أضلاع القاعدة
- المجسم المحصور بين المقطع والقاعدة يسمى جذع الهرم

مثال

ليكن هرما رأسه S

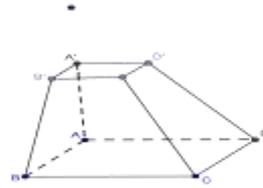


الهرم هو تصغير للهرم $SABCD$ بنسبة $\frac{SA'}{SA}$



المضلع $A'B'C'D'$ هو مقطع الهرم بالمستوى المار من A' والموازي للقاعدة $ABCD$

المجسم $A'B'C'D'ABCD$ هو جدع الهرم $SABCD$



تمرين

$SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$, بحيث المستقيم (SA) عمودي على المستوى (ABC)

نفترض أن $SA = 4cm$ و $AB = 3cm$

1- أحسب المسافتين AC و SC

2- أحسب V حجم الهرم $SABCD$

3- لتكن $\frac{3}{4}$ نسبة تصغير الهرم $SABCD$

4- أحسب V' حجم الهرم المحصل عليه

التمرين الثاني

$MABC$ هرم قاعدته المثلث القائم الزاوية في A ال

حيث (MB) عمودي على المستوى (ABC)

$AB = 3cm$ $AC = 4cm$ $BM = 12cm$;

أ- احسب BC و استنتج أن $MC = 13cm$

ب- ليكن $MA'B'C'$ تكبيراً للهرم $MABC$ بنسبة $\frac{3}{2}$

1- احسب حجم الهرم $MABC$

2- استنتج حجم الهرم $MA'B'C'$

ج- 1- احسب المسافات $A'B'$ و $A'C'$ و $B'C'$

2- بين أن المثلث $A'B'C'$ قائم الزاوية

التمرين

نقطع هرمًا $SABCD$ في الشكل جانبه بمستوى مواز للمستوى $ABCD$ حيث $ABCD$ مربع

$$SH = 4\text{cm} \text{ و } SA = AB = 6\text{cm}$$

أ- حدد طبيعة الرباعي $HKLM$

ب- احسب المسافة HK

ج- احسب مساحة $HKLM$

د- احسب حجم الهرم $SHKLM$

