الجذور المربعة

I. الجذر المربع لعدد حقيقي موجب

1- تعريف

a عدد حقيقي موجب

$\sqrt{a}$ هو العد الحقيقي الموجب الذي مربعه هو العدد a نكتب $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

أمثلة

$\sqrt{0.09} = 0.3$; $\sqrt{25} = 5$

2- نتائج

$a \geq 0$ و $b \geq 0$

أ- $b = \sqrt{a}$ تعني أن $b^2 = a$

ب- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ و $\sqrt{a^2} = a$

3- ملاحظة

1- $\sqrt{a}$ لها معنى إذا كان $a \geq 0$

2- في الكتابة $\sqrt{a^2}$ يمكن أن يكون a سالبا

II. العمليات على الجذور المربعة

1- جذر مربع جداء

أ- خاصية

لكل عددين حقيقين موجبين a و b لدينا $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

ب- نتيجة

إذا كان $a \geq 0$ و $b \geq 0$ فإن $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

أمثلة

$$\sqrt{\frac{15}{2}}\times\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{5}{6}}$$
$$=\sqrt{\frac{25}{4}}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2}$$
$$=\frac{5}{2}$$

$$\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}$$
$$=\sqrt{5^2\times 2}$$
$$=5\sqrt{2}$$

2- ملاحظة

a و b عددان حقيقيان موجبان

$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}$

مثال

$$\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$
$$\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$$

إذن $\sqrt{9+16}\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}$

3- جذر مربع خارج

أ- خاصية

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $b\neq 0$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نتيجة

a عدد حقيقي موجب قطعا $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

أمثلة : $\sqrt{\frac{9}{50}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{50}}=\frac{3}{\sqrt{25\times 2}}=\frac{3}{5\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{10}$

تطبيق

جعل مقام حقيقي جذريا

$$\frac{2}{3-\sqrt{5}}=\frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}$$
$$=\frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}$$
$$=\frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}$$
$$=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

العدد $3+\sqrt{5}$ يسمى مرافق العدد $3-\sqrt{5}$

حل المعادلة

1- قاعدة

حلول المعادلة $x^2 = a$

إدا كان $a = 0$ فإن للمعادلة حل وحيد هو $x = 0$

إدا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حلا

إدا كان $a > 0$ فإن المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

2-أمثلة

1- حل المعادلة $x^2 = 5$

أي $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$

إذن للمعادلة حلين هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$

2- حل المعادلة $4x^2 + 3 = 0$

تعني $4x^2 = -3$ إذن $x^2 = -\frac{3}{4}$

بما أن $-\frac{3}{4} < 0$ فإن المعادلة لا تقبل حلا