نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

التمرين الأول

لدينا $\begin{cases} 2x-3y+1=2y-x+1 \\ 3x-7y=2 \end{cases}$

$\times -1 \begin{cases} 3x-5y=0 \\ 3x-7y=2 \end{cases}$

$\begin{matrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \end{cases} \begin{matrix} -3x+5y=0 \\ 3x-7y=2 \end{matrix}$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$-7y+5y=2$

$-2y=2$

$y=-1$

نعوض y بقيمتها -1 في المعادلة $\boxed{1}$

فنحصل على $3x+5=0$

ومنه فإن $x=-\frac{5}{3}$

الزوج $\left(-\frac{5}{3};-1\right)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases} 2x-3y=-57 \\ 3x+7y=16 \end{cases} \begin{matrix} \times 7 \\ \times 3 \end{matrix}$

لدينا $\begin{cases} 2x+y=11 \\ x+3y=18 \end{cases} \times -2$

$\begin{cases} 2x+y=11 \\ -2x-6y=-36 \end{cases}$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$-5y=-25$ ومنه فإن $y=\frac{-25}{-5}=5$

نعوض y بقيمتها 5 في المعادلة $2x+y=11$

فنحصل على $2x+5=11$ ومنه فإن

$2x=11-5=6$ وبالتالي فإن $x=\frac{6}{2}=3$

الزوج $(3;5)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases} 4x^2-9y^2=54 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$ أي

$\begin{cases} (2x-3y)(2x+3y)=54 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$ يعني

$\begin{cases} 6\times(2x+3y)=54 \\ 2x-3y=6 \end{cases} \quad \begin{cases} 6\times(2x+3y)=54 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 14x-21y=-399 & \boxed{1} \\ 9x+21y=48 & \boxed{2} \end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$$14x+9x=-399+48$$

$$23x=-351$$

$$x=\frac{-351}{23}$$

نعوض x بقيمتها $\frac{-351}{23}$ في $3x+7y=16$

فنحصل على $\frac{-1053}{23}+7y=16$

$$\frac{-1053}{23}+7y=16$$

أي $y=\frac{1421}{161}=\frac{203}{23}$

الزوج $\left(-\frac{351}{23};\frac{203}{23}\right)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 5x+6y=14 \end{cases} \times -2$

$$\begin{cases} -4x+6y=-10 \\ 5x+6y=14 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$$x=4$$

$$\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$$ إذن $$\begin{cases} 6\times(2x+3y)=54 \\ 2x-3y=6 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$4x=15$ ومنه فإن $x=\frac{15}{4}$

نعوض x بقيمتها $\frac{15}{4}$ في المعادلة $2x-3y=6$ فنحصل

على $2\times\frac{15}{4}-3y=6$ أي $\frac{15}{2}-3y=6$

ومنه فإن $3y=\frac{15}{2}-6$ ومنه فإن $3y=\frac{3}{2}$

وبالتالي فإن $y=\frac{1}{2}$

الزوج $\left(\frac{15}{4};\frac{1}{2}\right)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases} 2x+4y=4 \\ 3x+7y=-4 \end{cases} \begin{matrix} \times 3 \\ \times(-2) \end{matrix}$

$$\begin{cases} 6x+12y=12 \\ -6x-14y=-8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$y=-2$ ومنه فإن $-2y=4$

نعوض y بقيمتها -2 في المعادلة $2x+4y=4$ فنحصل

على $2x-8=4$ ومنه فإن $2x=12$

وبالتالي فإن $x=6$

نعوض x بقيمتها 4 في المعادلة $2x+3y=5$

فنحصل على $8+3y=5$

ومنه فإن $3y=-3$ وبالتالي فإن $y=-1$

الزوج $(4;-1)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases}3x-5y=6\\-2x+y=3\end{matrix}$ $\times 5$

$$\begin{cases}3x-5y=6\\-10x+5y=15\end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$-7x=21$ ومنه فإن $x=\dfrac{21}{-7}=-3$

نعوض x بقيمتها -3 في المعادلة $-2x+y=3$

فنحصل على $6+y=3$ ومنه فإن $y=3-6$

أي $y=3-6=-3$

الزوج $(-3;-3)$ هو حل النظمة

الزوج $(6;-2)$ هو حل النظمة

لدينا $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}x+y=-\dfrac{5}{2}\\x-2y=5\end{matrix}$ $\times 2$

$$\begin{cases}-x+2y=-5\\x-2y=5\end{cases}$$

نجمع المعادلتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ طرفا بطرف فنحصل على

$$0x+0y=0$$

ومنه فإن مجموعة حلول النظمة هي جميع الأزواج

$(2x+5;x)$ حيث x عدد حقيقي

التمرين الثاني

المسألة 1

اختيار المجهولين

ليكن x ثمن قطعة من الحلوى

و y ثمن كأس واحد من العصير

صياغة النطمة

ثمن 5 قطع من الحلوى و 4 كؤوس من العصير هو 62 درهما أي $5x+4y=62$

المسألة 3

اختيار المجهولين

ليكن x عدد الأقراص التي بحوزة أحمد

و y عدد الأقراص التي بحوزة سعيد

صياغة النطمة

إدا أعطى أحمد لسعيد 3 أقراص أصبح لهما نفس عدد الأقراص أي $x-3=y+3$

ثمن 3 قطع من الحلوى و 7 كؤوس من العصير هو 74 درهما أي $3x+7y=74$

إذن يجب حل النظمة $\begin{cases}5x+4y=62\\3x+7y=74\end{cases}$

حل النظمة

$\begin{matrix}\times(-3)\\\times 5\end{matrix}\begin{cases}5x+4y=62\\3x+7y=74\end{cases}$

$\begin{cases}-15x+12y=-186\\15x+35y=370\end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف بطرف فنحصل على

$23y=184$

إذن $y=\dfrac{184}{23}=8$

نعوض y بقيمتها في المعادلة $5x+4y=62$

فنحصل على $5x+32=62$

ومنه فإن $5x=30$

وبالتالي فإن $x=\dfrac{30}{5}=6$

الرجوع إلى المسألة

ثمن قطعة الحلوى هو 6 دراهم

ثمن كأس من العصير هو 8 دراهم

المسألة 2

اختيار المجهولين

لو أعطى سعيد لأحمد 5 قراص أصبح لأحمد ضعف عدد أقراص سعيد أي $x+5=2(y-5)$

إذن يجب حل النظمة $\begin{cases}x-3=y+3\\x+5=2(y-5)\end{cases}$

حل النظمة

إذن $\begin{cases}x-3=y+3\\x+5=2(y-5)\end{cases}$

$\begin{cases}x-y=6\\x+5=2y-10\end{cases}$

أي $\begin{cases}x-y=6\\x-2y=-5-10\end{cases}$

$\times -1\begin{cases}x-y=6\\x-2y=-15\end{cases}$

$\begin{cases}x-y=6\\-x+2y=15\end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف بطرف فنحصل على $y=21$

نعوض y بقيمتها في المعادلة $x-y=6$ فنحصل على $x-21=6$ ومنه فإن $x=27$

الرجوع إلى المسألة

عدد أقراص أحمد هو 27

عدد أقراص سعيد هو 21

المسألة 4

اختيار المجهولين

ليكن x ثمن المجلة الواحدة

و y ثمن الكتاب الواحد

صياغة النطمة

ثمن مجلتين وكتاب واحد هو 45 درهما

أي $2x+y=45$

ثمن 6 مجلات و 4 كتب هو 160درهما

أي $6x+4y=160$

إذن يجب حل النظمة $\begin{cases}2x+y=45\\6x+4y=160\end{cases}$

حل النظمة

$\begin{matrix}\times(-4)\\ \times 1\end{matrix}\begin{cases}2x+y=45\\6x+4y=160\end{cases}$

$\begin{cases}-8x-4y=-180\\6x+4y=160\end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف بطرف فنحصل على

$-2x=-20$ ومنه فإن $x=\dfrac{-20}{-2}=10$

نعوض x بقيمتها في المعادلة $2x+y=45$ فنحصل على $20+y=45$

ومنه فإن $y=45-20=25$

الرجوع إلى المسألة

ثمن المجلة هو 10 دراهم

ثمن الكتاب هو 25 درهم

ليكن x عدد أهداف الفريق الأول

و y عدد أهداف الفريق الثاني

صياغة النطمة

لدينا في الحالة ألأولى $x+1=2y$

وفي الحالة الثانية $x=y+1$

إذن يجب حل النظمة $\begin{cases}x+1=2y\\x=y+1\end{cases}$

حل النظمة

ومنه $\begin{cases}y+1+1=2y\\x=y+1\end{cases}$ يعني $\begin{cases}x+1=2y\\x=y+1\end{cases}$

$\begin{cases}y-2y=-2\\x=y+1\end{cases}$

$\begin{cases}y=2\\x=3\end{cases}$

الرجوع إلى المسألة

نتيجة الشوط الأول هي 3 مقابل 2