

## الترتيب



### التمرين الأول

قارن العددين في الحالات التالية:

$$5+2\sqrt{3} \text{ و } 5+\sqrt{11} - \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ و } -2-\sqrt{5} - 2\sqrt{3} \text{ و } -3\sqrt{2} - 2\sqrt{11} \text{ و } 3\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} \text{ و } 2-\sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \text{ و } \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

### التمرين الثاني

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان موجبان بحيث:  $x \leq y$

$$\text{أثبت أن: } x + \sqrt{5} \leq y + \sqrt{7} \quad ; \quad x - \sqrt{11} \leq y + \sqrt{2} \quad ; \quad x\sqrt{7} \leq 3y\sqrt{2}$$

$$\frac{x}{2\sqrt{5}} \leq \frac{y}{3\sqrt{2}} \quad ; \quad 2x + \frac{1}{\sqrt{7}} \leq 3y + \frac{1}{\sqrt{5}}$$

### التمرين الثالث

لتكن  $a$ ،  $b$  و  $c$  ثلاثة أعداد حقيقية بحيث:  $1 \leq 3a - 1 \leq 3$ ،  $2 \leq b \leq 4$  و  $-4 \leq c \leq -1$   
حدد تاطيرا لكل من الأعداد التالية:

$$a^2 - 2ab + b^2 \quad ، \quad b^2 + c^2 + \frac{b}{a} \quad ، \quad bc \quad ، \quad 6a - 2c \quad ، \quad \frac{1}{2}b + 3c \quad ، \quad a$$

$$\frac{2a-c}{c-4} \quad \text{و} \quad a^2 - ab - 2 \quad ، \quad \frac{b}{c} + \frac{1}{2}$$

### التمرين الرابع

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث:  $a < b$

$$\text{أثبت أن: } a < \frac{a+b}{2} < b \quad \text{و} \quad a < \frac{2a+3b}{5} < b$$

### التمرين الخامس

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث:  $3 \leq x \leq 6$  و  $-5 \leq y \leq -3$

$$-30 \leq xy \leq -9 \quad : \quad \text{بين أن: } -1$$

$$-21 \leq x^2 + xy \leq 27 \quad : \quad \text{بين أن: } (2)$$

$$-42 \leq x^2 + 2xy + y^2 \leq 43 \quad : \quad \text{بين أن: } (3)$$

$$x^2 - y^2 \quad : \quad \text{أطر: } (4)$$

### التمرين السادس

لنكن  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعدادا حقيقية موجبة .

1 - برهن أن  $1+a \geq 2\sqrt{a}$

2 - استنتج أن  $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8\sqrt{abc}$  .

### التمرين السابع

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان

1-برهن أن:  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2-بين أن:  $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}$

3-استنتج مقارنة العددين:  $\frac{a+b}{2}$  و  $\sqrt{ab}$

### التمرين الثامن

$a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً .

1. بين أن:  $a + \frac{1}{a} - 2 = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$

2. استنتج أن  $a+b+c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$

### التمرين التاسع

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان موجبان غير منعدمين

1. بين أن:  $\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy}$

2. بين أن:  $\frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

3.  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية غير منعدمة وموجبة

بين أن:  $\frac{a+b}{a^2 + b^2} + \frac{b+c}{b^2 + c^2} + \frac{c+a}{c^2 + a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$