الهندسة الفضائية

حساب الحجوم – التكبير والتصغير

التمرين الأول

1-لدينا $(AB)\perp(AC)$ $\boxed{1}$ (ABC المثلث قائم الزاوية في A)

لدينا $(AB)\perp(AD)$ $\boxed{2}$ (ABD مثلث قائم الزاوية في A)

من $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ نستنتج أن $(AB)\perp(ACD)$

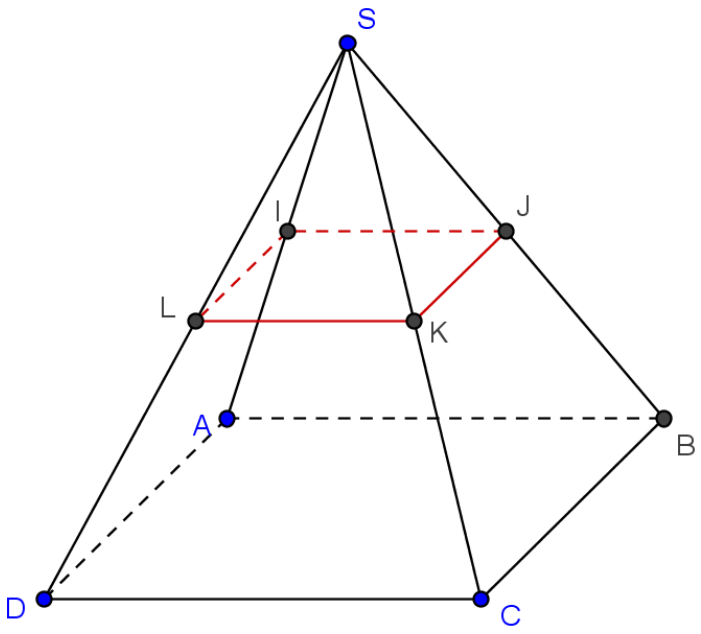
2-لدينا $(AB)\perp(ACD)$ و $M\in(DC)$ و $(DC)\subset(ACD)$

فإن $(AM)\subset(ACD)$

وبالتالي فإن $(AB)\perp(AM)$

ومنه فإن المثلث ABM قائم الزاوية في A

التمرين الثاني



1- حساب IJ في المثلث SAB I منتصف $[SA]$ و J منتصف $[SB]$ إذن $IJ=\frac{1}{2}AB$ ونعلم أن $AB=BC$ إذن $IJ=\frac{1}{2}\times 6$	ب-ليكن V_1 حجم الهرم $SIJKL$ تصغير الهرم $SABCD$ بنسبة k

ومنه فإن $IJ = 3cm$

2- أ-لتكن k نسبة التصغير

لدينا $k = \frac{IJ}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ليكن V حجم الهرم $SABCD$

$$V = \frac{1}{3} \times h \times Base$$

$$V = \frac{1}{3} \times 4 \times 6^2$$

$$V = 48cm^3$$

$$V_1 = k^3 \times V$$

$$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 48$$

$$V_1 = \frac{48}{8} = 6cm^3$$

ج-ليكن V حجم الجدع $IJKLABCD$

$$V_2 = V - V_1$$

$$V_2 = 48 - 6$$

$$V_2 = 42cm^3$$

التمرين الثالث

1-أ-لدينا $(SA) \perp (ABC)$ و $(AC) \subset (ABC)$

إذن $(SA) \perp (AC)$

ب-بتطبيق مبرهنة فيتاغورس المباشرة على المثلث ABC

لدينا $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

$$AC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

نعتبر المثلث SAC القائم الزاوية في A

حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة

$$SC^2 = SA^2 + AC^2$$

$$SC^2 = 6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2$$

$$SC^2 = 36 + 72 = 108$$

$$SC = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

ج-ليكن V' حجم رباعي الأوجه $SABC$

$$V' = \frac{1}{3} \times h \times Base$$

$$V' = \frac{1}{3} \times SA \times \frac{AB \times BC}{2}$$

$$V' = \frac{1}{3} \times 6 \times \frac{6 \times 6}{2}$$

$$V' = 36cm^3$$

2-ليكن V حجم الهرم $SABCD$

$$V = \frac{1}{3} \times h \times Base$$

$$V = \frac{1}{3} \times SA \times AB^2$$

$$V = \frac{1}{3} \times 6 \times 36$$

$$V = 72cm^2$$

1- لدينا A' منتصف $[SA]$

أ-لنحدد k نسبة التصغير

$$k = \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{2}$$

ب-ليكن V_1 حجم الهرم $SA'B'C'D'$

$$V_1 = k^3 \times V$$

$$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 72$$

$$V_1 = \frac{72}{8} = 9cm^3$$

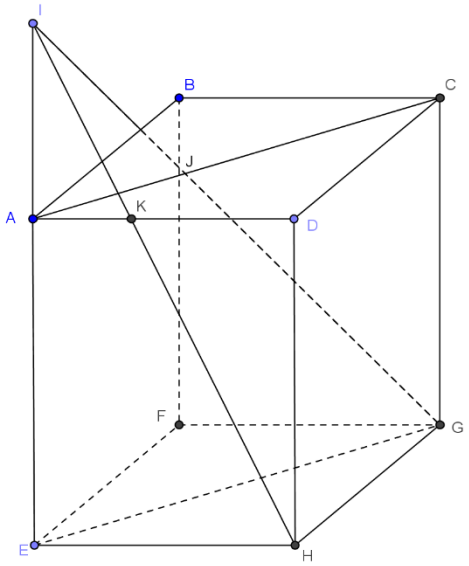
ج) ليكن V_2 حجم المجسم $ABCDA'B'C'D'$

$V_2 = V - V_1$

$V_2 = 72 - 9$

$V_2 = 63cm^3$

التمرين الرابع



1- ليكن V حجم الهرم $IEHG$

$V = \frac{1}{3} \times h \times B$

$V = \frac{1}{3} \times IE \times \frac{FG \times EF}{2}$

$V = \frac{1}{3} \times 8 \times \frac{4 \times 6}{2}$

$V = 32cm^3$

2- أ-لدينا $AE = CG$ و $(AE)//(CG)$

إذن الرباعي $ACGE$ متوازي الأضلاع

وبالتالي $(EG)//(AC)$

وبما أن $J \in [AC]$ فإن $(EG)//(AJ)$

ب-حساب AJ

في المثلث IEG : $A \in [IE]$ و $J \in [IG]$ و $(EG)//(AJ)$

بتطبيق خاصية طاليس المباشرة

$\frac{IA}{IE} = \frac{AJ}{EG}$

$\frac{3}{8} = \frac{AJ}{2\sqrt{13}}$

$(EG^2 = EH^2 + HG^2)$

$AJ = \frac{6\sqrt{13}}{8} = \frac{3\sqrt{13}}{4}$

ج-لتكن k نسبة التصغير

لدينا $k = \frac{IA}{IE}$

$k = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$

د-ليكن V' حجم الهرم $IAKJ$

$V' = k^3 \times V$

$V' = \left(\frac{3}{8}\right)^3 \times 32$

$V' = \frac{27}{512} \times 32$

$V' = 1.68cm^3$