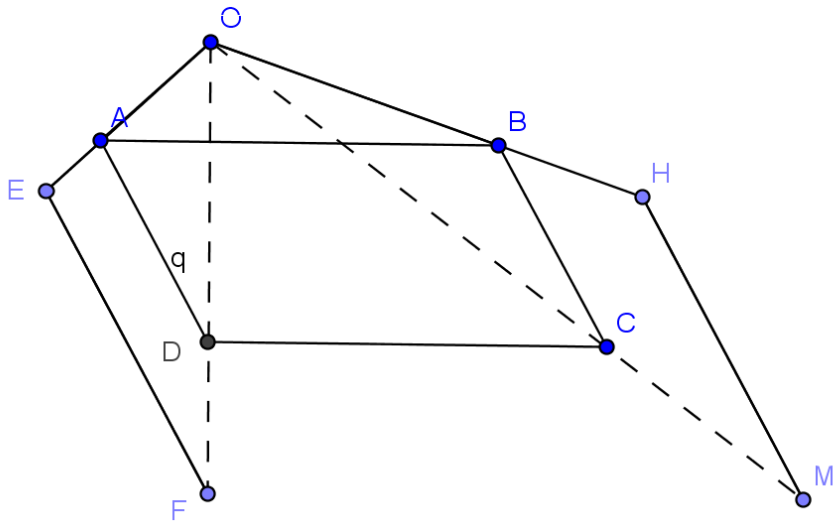
المتجهات والإزاحة

التمرين الأول



2-لنبين أن النقط O و B و F مستقيمية

نعلم أن $\overrightarrow{OE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

ومنه فإن $\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

$=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}\right)$

أي $\overrightarrow{OF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OD}$

وبالتالي فإن النقط O و D و F مستقيمية

4- لنبين أن لنقط O و M و C مستقيمية

لدينا M صورة H بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{EF}$

إذن $\overrightarrow{HM}=\overrightarrow{EF}$

لدينا $\overrightarrow{MO}=\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HO}$

$=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{HO}$

$=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BO}$

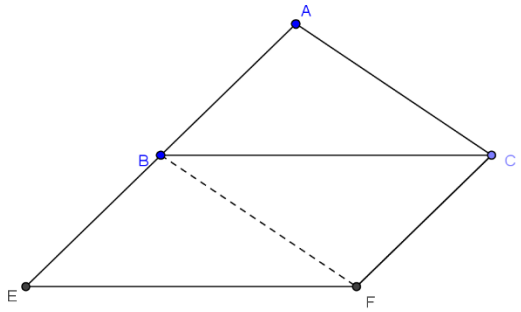
$=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BO}$ ($\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$ متوازي أضلاع)

$=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BO}\right)$

إذن $\overrightarrow{MO}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CO}$ ومنه فإن $\overrightarrow{OM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OC}$

وبالتالي فإن النقط O و M و C مستقيمية

التمرين الثاني



2- نعلم أن $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}$ (E صورة B بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$)

و $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}$ (F صورة C بنفس الإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$)

إذن $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CF}$

وهذا يعني أن الرباعي $BEFC$ متوازي أضلاع

3- لدينا $BC=EF$ (الإزاحة تحافظ على المسافة بين نقطتين)

وبما أن $BC=5cm$ فإن $EF=5cm$

4- لدينا بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$

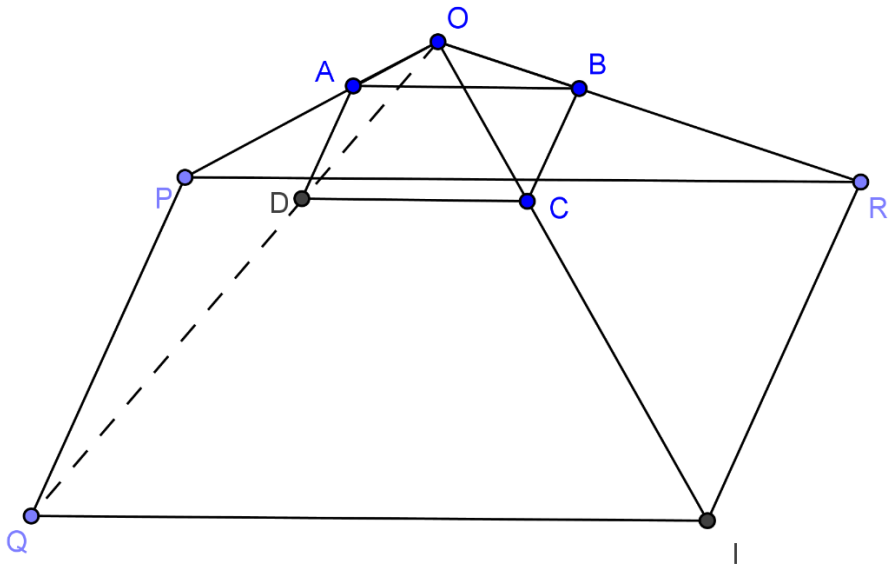
صورة A هي B

صورة B هي E

صورة C هي F

إذن صورة المثلث ABC بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$ هو المثلث BEF

التمرين الثالث



3-لنثبت أن النقط O و D و Q مستقيمية

نعلم أن $\overrightarrow{PQ}=3\overrightarrow{AD}$

بتطبيق علاقة شال

$$\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OQ}=3\left(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}\right)$$

$$\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{AO}+3\overrightarrow{OD}$$

$$\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{AO}+3\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{PO}$$

$$\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{AO}+3\overrightarrow{OD}+3\overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{OQ}=\cancel{3\overrightarrow{AO}}+3\overrightarrow{OD}-\cancel{3\overrightarrow{AO}}$$

ومنه فإن $\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{OD}$

وهذا يعني النقط O و D و Q مستقيمية

4-لدينا $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OR}=3\overrightarrow{OB}$

إذن $\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OR}=3\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}$

$$\overrightarrow{RO}+\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{BO}+3\overrightarrow{OA}$$

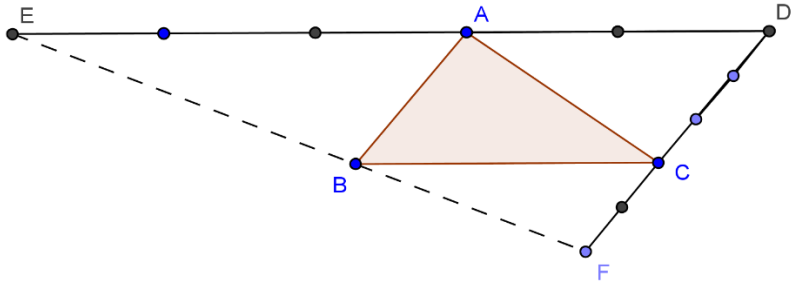
$$\overrightarrow{RP}=3\left(\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OA}\right)$$

أي أن $\overrightarrow{RP}=3\overrightarrow{BA}$

إذن $\overrightarrow{RP}$ و $\overrightarrow{BA}$ مستقيمتان

وهذا يعني أن $(RP)//(AB)$

التمرين الرابع



2-لدينا D صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$
بالتالي فإن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$
وهذا يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

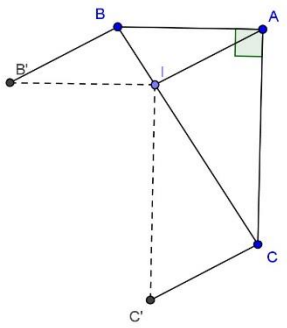
3-لدينا $\overrightarrow{DE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$
بتطبيق علاقة شال
$\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{CB}$ ($\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$ و $ABCD$ متوازي أضلاع)

$$\overrightarrow{BE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DB}$$
$$=\frac{5}{2}\overrightarrow{CB}-\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}\right) \quad \text{(علاقة شال)}$$
إذن
$$=\frac{5}{2}\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB}$$
$$=\left(\frac{5}{2}-1\right)\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}$$
ومنه فإن $\overrightarrow{BE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$

لدينا $\overrightarrow{CF}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$
وبتطبيق علاقة شال $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BF}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$
$$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$$
إذن $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

4-لدينا
$$2\overrightarrow{BE}+3\overrightarrow{BF}=2\left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}\right)+3\left(\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right)$$
ومنه فإن
$$=-3\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}$$
$$=\overrightarrow{O}$$
ومنه فإن $2\overrightarrow{BE}=-3\overrightarrow{BF}$
وبالتالي فإن $\overrightarrow{BE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BF}$
وهذا يعني أن النقط B و E و F مستقيمية

التمرين الخامس



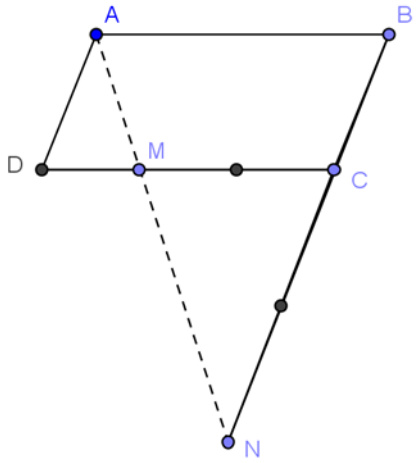
2—أ-نعلم أن $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{BB'}$ (B' صورة B بالإزاحة t)
ولدينا $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{BB'}$ (معطيات)
وبالتالي فإن $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AI}$
وهذا يعني أن C' صورة C بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$
ب- لدينا بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

$$\begin{cases} B & B \quad \text{وُرة} \\ A & I \quad \text{ورة} \\ C & C \quad \text{وُرة} \end{cases}$$

إذن $B'\hat{I}C'=B\hat{A}C$

وبما أن $B\hat{A}C=90°$ فإن $B'\hat{I}C'=90°$

التمرين السادس



2-لدينا $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{DC}$

بتطبيق علاقة شال $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}.\overrightarrow{DC}$

إذن $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DM}$ ($\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ م.أضلاع)

لدينا $\overrightarrow{BN}=3.\overrightarrow{BC}$

بتطبيق علاقة شال $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$

($\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ م.أضلاع) $\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}$

إذن $\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}+3.\overrightarrow{DM}$

3- لدينا $\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{BC}+3.\overrightarrow{DM}$

$\overrightarrow{AN}=3\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DM}\right)$

وبما أن $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DM}$ فإن $\overrightarrow{AN}=3.\overrightarrow{AM}$

وهذا يعني ان النقط A و M و N مستقيمية .

.