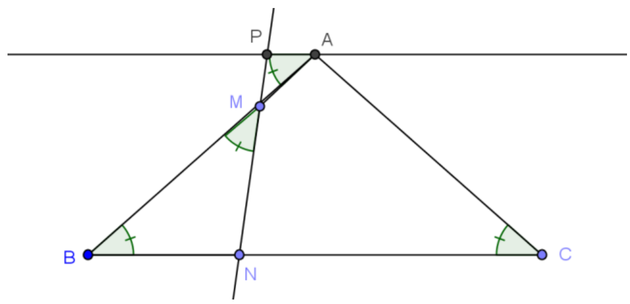
المثلثات المتشابهة

التمرين الأول



-1 لدينا مثلث ABC متساوي الساقين في A حيث : $AB = 4$ و $BC = 6$

لدينا $M \in [AB]$ حيث $AM = 1$ و $N \in [BC]$ حيث $BN = 2$

لدينا $\frac{BN}{BA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ و $\frac{BM}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ومنه فإن $\frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BA}$

-2 نعلم أن $ABC = MBN$ (زاوية مشتركة)

وبما أن $\frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BA}$

فإن المثلثين ABC و BMN متشابهان حسب الحالة الثانية

-3 لدينا المثلثان ABC و BMN متشابهان إذن

$MBN = ABC$; $BMN = ACB$; $BNM = BAC$

وبما أن $ACB = ABC$

فإن $ABC = BMN$ أي $MBN = BMN$

ومنه فإن المثلث BMN متساوي الساقين في N

-4 لنبين أن المثلثين ABC و APM متشابهان

$AMP = BMN$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)

$(AP)//(BC)$ و (AB) قاطع لهما

$PAM = ABC$ (زاويتان متبادلتان داخليا)

حسب الحالة الأولى فإن المثلثين ABC و APM متشابهان

التمرين الثاني

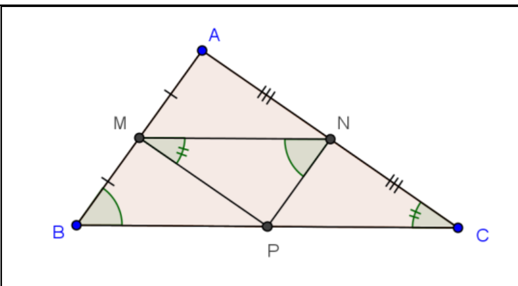
لدينا ABC مثلث

M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$

إذن $(MN)//(BC)$ و $MN = \frac{1}{2}BC$

وبما P منتصف $[BC]$

فإن $(MN)//(BP)$ و $BP = \frac{1}{2}BC$ أي أن $MN = BP$



ومنه فإن الرباعي $MNPB$ متوازي الأضلاع

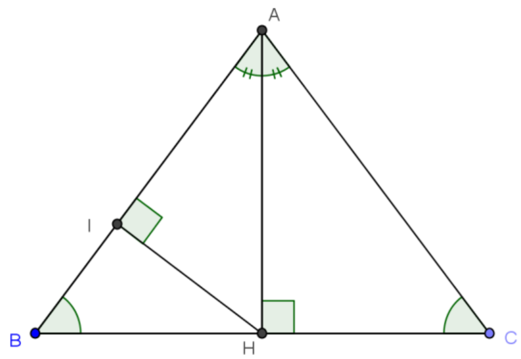
وبالتالي فإن $MNP = ABC$

وبالمثل $MNCP$ متوازي الأضلاع و $NMP = ACB$

لدينا $MNP = ABC$ و $NMP = ACB$

إذن المثلثان ABC و MNP متشابهان حسب الحالة الأولى للتشابه

التمرين الثالث



- المثلث ABC متساوي الساقين في A و $[AH]$ ارتفاعه

وبالتالي فإن $[AH)$ منصف الزاوية BAC

أي أن $BAH = HAC$

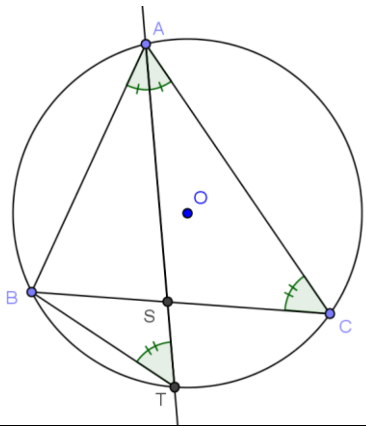
و $AHC = AIH = 90°$

حسب الحالة الأولى للتشابه فإن المثلثين ACH و AHI متشابهان

3- المثلثان ACH و AHI متشابهان

إذن $\frac{AI}{AH} = \frac{AH}{AC}$ ومنه فإن $AH^2 = AC \times AI$

التمرين الرابع



1- لدينا $ACB = ATB$ (زاويتان تحصران نفس القوس AB)

$BAT = TAC$ ($[AT)$ منصف الزاوية BAC)

حسب الحالة الأولى للتشابه فإن المثلثين ABT و ASC متشابهان

2- المثلثان ABT و ASC متشابهان

ومنه فإن $\frac{AT}{AC} = \frac{AB}{AS}$

أي $AB \times AC = AT \times AS$

3- لدينا ATB زاوية مشتركة

نعلم أن $CBT = CAT$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس CT)

و $BAT = CAT$ (معطيات)

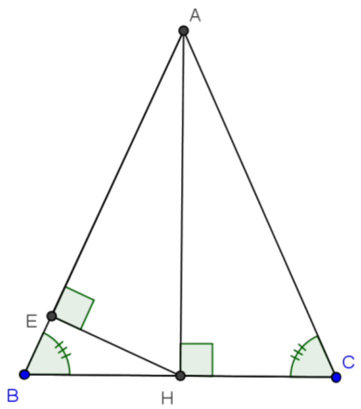
إذن $CBT = BAT$

حسب الحالة الأولى للتشابه فإن المثلثين BST و ABT متشابهان

4- المثلثان BST و ABT متشابهان إذن $\frac{ST}{BT} = \frac{BT}{AT}$

ومنه فإن $BT^2 = AT \times ST$

التمرين الخامس



-2 لدينا $AHC = BEH = 90°$ (معطيات)

و $ACB = ABC$ (زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين)

حسب الحالة الأولى للتشابه فإن المثلثين BEH و CHA متشابهان

-3 المثلثان BEH و CHA متشابهان إذن $\frac{BE}{CH} = \frac{BH}{CA}$

أي أن $CH \times BH = BE \times CA$

$BAT = TAC$

وبما أن $BH = CH$ (H منتصف $[BC]$)

و $AB = AC$ (المثلث ABC متساوي الساقين في A)

فإن $CH^2 = BE \times AB$

-4 حساب BH

لدينا $BH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 4$

أي $\boxed{BH = 2}$

حساب AH

بتطبيق م فيتاغورس المباشرة على المثلث ABH القائم الزاوية في H

$BH^2 + AH^2 = AB^2$

أي $AH^2 = AB^2 - BH^2$

$= 9 - 4 = 5$

وبالتالي فإن $\boxed{AH = \sqrt{5}}$

حساب BE

لدينا $CH^2 = BH^2 = BE \times BA$

إذن $BE = \frac{CH^2}{BA} = \frac{4}{3}$ إذن $\boxed{BE = \frac{4}{3}}$

حساب HE

بتطبيق م فيتاغورس المباشرة على المثلث BHE القائم الزاوية في E

$BH^2 = HE^2 + BE^2$

ومنه فإن $HE^2 = BH^2 - BE^2$

$HE^2 = 4 - \frac{16}{9} = \frac{20}{9}$

أي $HE = \frac{\sqrt{20}}{3}$ إذن $\boxed{HE = \frac{2\sqrt{5}}{3}}$