

I. EQUATION

Définition

Toute égalité qui se ramène à $ax + b = 0$ où a et b sont deux réels non nuls est appelé équation du premier degré à une inconnue x

Exemple

$$2x + 7 = 0 \quad ; \quad \sqrt{3}x - 8 = 0 \quad ; \quad \frac{3}{5}x + 11 = 0$$

Propriété

Toute équation du premier degré à une inconnue peut s'écrire sous forme de $ax = b$ où a et b sont deux réels et x est l'inconnue

Si $a \neq 0$ alors $\frac{b}{a}$ est la seule solution de l'équation

Si $a = 0$ et $b = 0$ alors tout réel est solution de l'équation

Si $a = 0$ et $b \neq 0$ alors l'équation n'admet pas de solution

Résolution de l'équation

1) résoudre l'équation suivante $2(3x - 1) + 5(2x + 3) = 7 - 3(2x - 3)$

Cette équation est successivement équivalent à

$$6x - 2 + 10x + 15 = 7 - 6x + 9$$

$$16x + 13 = -6x + 16$$

$$16x + 6x = -13 + 16$$

$$22x = 3$$

$$x = \frac{3}{22}$$

$\frac{3}{22}$ la solution de l'équation

2) résoudre l'équation suivante $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{x+5}{6} + 1$

Cette équation est successivement équivalent à

$$\frac{3(x+3)}{6} - \frac{2(x-1)}{6} = \frac{x+5}{6} + \frac{6}{6}$$

$$3(x+3) - 2(x-1) = x+5+6$$

$$3x+9-2x+2 = x+11$$

$$x+11 = x+11$$

$$x-x = 11-11$$

$$0x = 0$$

Tous les réels sont des solutions de l'équation

3) résoudre l'équation suivante $\frac{2x+1}{3} - \frac{7x-2}{15} = \frac{x-1}{5}$

Cette équation est successivement équivalent à

$$5(2x+1) - (7x-2) = 3(x-1)$$

$$10x+5 - 7x+2 = 3x-3$$

$$3x+7 = 3x-3$$

$$3x-3x = -3-7$$

$$0x = -10$$

l'équation n'a pas de solution

II. EQUATION PRODUIT D'UNE INCONNUE

Propriété

a et b deux réels

Le produit $a \times b = 0$ signifie $a = 0$ ou $b = 0$

Exemple

Résoudre l'équation

$$(x+3)(2x-\sqrt{5}) = 0$$

$$x+3=0 \quad \text{ou} \quad 2x-\sqrt{5}=0$$

$$x=-3 \quad \text{ou} \quad 2x=\sqrt{5}$$

$$x=-3 \quad \text{ou} \quad x=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

L'équation admet deux solutions -3 et $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Résoudre l'équation $(x-\sqrt{2})(2x+3\sqrt{2}) = x^2 - 2x\sqrt{2} + 2$

$$(x-\sqrt{2})(2x+3\sqrt{2}) = (x-\sqrt{2})^2$$

$$(x-\sqrt{2})(2x+3\sqrt{2}) - (x-\sqrt{2})^2 = 0$$

$$(x-\sqrt{2})[(2x+3\sqrt{2}) - (x-\sqrt{2})] = 0$$

$$(x-\sqrt{2})(2x+3\sqrt{2} - x + \sqrt{2}) = 0$$

$$(x-\sqrt{2})(x+4\sqrt{2}) = 0$$

$$x+\sqrt{2}=0 \quad \text{ou} \quad x+4\sqrt{2}=0$$

$$x=-\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x=-4\sqrt{2}$$

L'équation admet deux solutions $\sqrt{2}$ et $-4\sqrt{2}$

RESOLUTION D'UN PROBLEME

Pour résoudre un problème qui se ramène à une équation du premier degré

On doit suivre les étapes suivantes

1) choix de l'inconnue

2) mise en équation

3) résolution de l'équation

4) retour au problème

Exemple

Aujourd'hui Samy a 14 ans et son père en a 50.

Dans combien d'années le père de Samy aurait-il le triple de l'âge de son fils ?

REPONSE

Choix de l'inconnue

Soit x le nombre d'année pour que l'âge du père soit le triple de l'âge de Samy

Mise en équation

Après x années l'âge du père sera $50 + x$ et l'âge de Samy sera $14 + x$

Donc on résout l'équation $50 + x = 3(14 + x)$

Résolution de l'équation

$$50 + x = 3(14 + x)$$

$$50 + x = 42 + 3x$$

$$x - 3x = 42 - 50$$

$$-2x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-2} = 4$$

Retour au problème

Après 4 ans du père sera le triple de l'âge de Samy

INEQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

Définition

Toute inégalité qui se ramène à l'une des formes suivantes $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$ $ax + b < 0$ ou $ax + b > 0$ où a et b sont des réels avec $a \neq 0$ est dite inéquation du premier degré d'une inconnue x

Exemple

Résolution de l'inéquation

Résoudre l'inéquation $7x - 4 \geq 0$

L'inéquation est successivement équivalent à

$$7x \geq 4$$

$$x \geq \frac{4}{7}$$

Tous les nombres réels supérieurs ou égaux à $\frac{4}{7}$ sont les solutions de l'inéquation

Résoudre l'inéquation $-\sqrt{3}x - 5 > 0$

L'inéquation est successivement équivalent à

$$-\sqrt{3}x > 5$$

$$\sqrt{3}x < -5$$

$$x < \frac{-5}{\sqrt{3}}$$

$$x < \frac{-5\sqrt{3}}{3}$$

Tous les nombres réels strictement inférieurs à $\frac{-5\sqrt{3}}{3}$ sont les solutions de l'inéquation

