

SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS

I. RESOLUTION GRAPHIQUE

Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

(Δ) et (D) sont deux droites d'équations :

$$(D) : 2x - y - 5 = 0$$

et

$$(\Delta) : 3x + 2y - 4 = 0$$

On a $2x - y - 5 = 0$

On a $3x + 2y - 4 = 0$

Donc $-y = -2x + 5$

Donc $2y = -3x + 4$

Donc $y = 2x - 5$

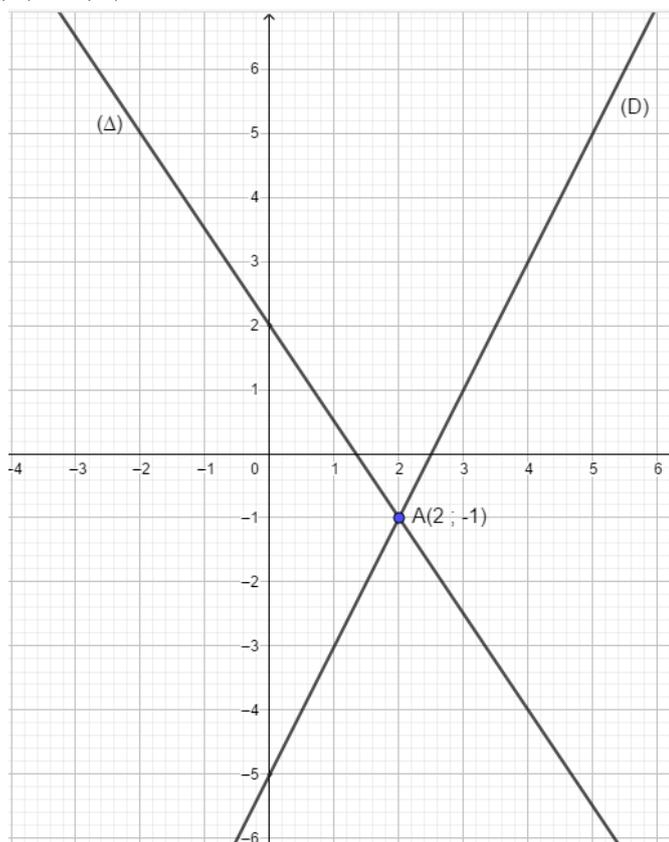
Donc $y = -\frac{3}{2}x + 2$

La pente de la droite (D) est 2

La pente de la droite (Δ) est $-\frac{3}{2}$

(Δ) et (D) n'ont pas la même pente $(2 \neq -\frac{3}{2})$

Donc (Δ) et (D) sont sécantes :



(Δ) et (D) se coupent au point $A(2, -1)$

$(2, -1)$ est le seul couple qui vérifie les deux équations.

Le couple $(2, -1)$ est appelé la solution du système
$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

II. RESOLUTION ALGEBRIQUE

a) Méthode de substitution

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \text{ Résoudre algébriquement le système : } \begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

On exprime dans la 1^{er} équation y en fonction de x

On trouve : $y = 2x - 5$

On substitue (on remplace), dans la 2^{ème} équation y par l'expression

On obtient : $3x + 2(2x - 5) - 4 = 0$

Résolvons cette équation : $3x + 4x - 10 - 4 = 0$

Donc $7x = 14$

Donc $x = \frac{14}{7} = 2$

On remplace x par 2 dans l'équation : $y = 2x - 5$

On trouve : $y = 2 \times 2 - 5 = -1$

Donc $x = 2$ et $y = -1$

Alors le couple $(2, -1)$ est la solution du système

b) Méthode de combinaison linéaire

$$\text{Résoudre le système : } \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x + 3y = 15 \end{cases}$$

On multiplie les membres de la 1^{ère} équation par (-2)

On obtient :

Opposés $\begin{cases} -4x + 10y = -2 \\ 4x + 3y = 15 \end{cases}$

On ajoute membre à membre les équations :

On obtient : $(-4x + 10y) + (4x + 3y) = -2 + 15$

Donc : $13y = 13$

D'où : $y = 1$

On remplace y par 1 dans l'une des deux équations :

On a : $2x - 5y = 1$

Donc : $2x - 5 \times 1 = 1$

Donc : $2x = 1 + 5$

Donc : $x = \frac{6}{2} = 3$

Donc $y = 1$ et $x = 3$

Alors le couple $(3, 1)$ est la solution du système

III. RESOLUTION D'UN PROBLEME

Exemple

Le prix d'un billet de piscine est 20 DH pour les enfants et 50 DH pour les adultes

Le nombre de clients pour une journée était 60

Ce nombre a généré d'un revenu de 1800 DH pour la piscine

Déterminer le nombre d'enfants et d'adultes dans ce jour là

Choix des inconnues

Soit x le nombre d'enfants

et y le nombre d'adultes

Mise en système

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 20x+50y=1800 \end{cases}$$

Résolution du système

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 20x+50y=1800 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \times(-2) \\ \times 0.10 \end{matrix} \begin{cases} x+y=60 \\ 20x+50y=1800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-2y=-120 \\ 2x+5y=180 \end{cases}$$

En ajoutant les deux équations membre à membre et on obtient

$$-2x - 2y + 2x + 5y = -120 + 180$$

$$3y = 60$$

$$y = \frac{60}{3} = 20$$

$$\text{On a } x + y = 60$$

$$x + 20 = 60$$

$$x = 60 - 20$$

$$x = 40$$

Retour au système

Le nombre d'enfants est 20

Le nombre d'adultes est 40

Vérification

$$20 + 40 = 60$$

$$\begin{aligned} 20 \times 50 + 40 \times 20 &= 1000 + 800 \\ &= 1800 \end{aligned}$$