

I. THEOREME DIRECT DE THALES

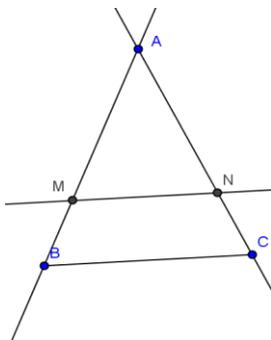
Théorème

ABC est un triangle.

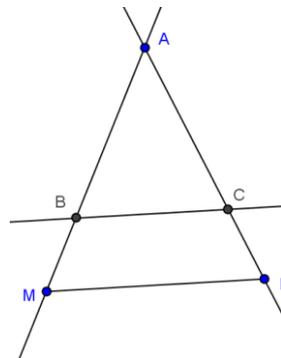
M est un point de (AB) et N un point de (AC) .

Si $(MN) \parallel (BC)$ alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

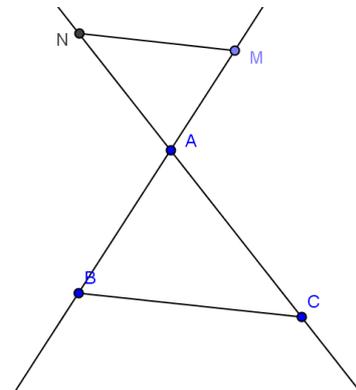
Figure



1^{er} cas



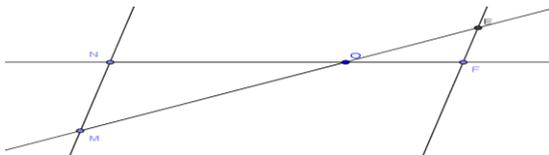
2^{ème} cas



3^{ème} cas

Exercice

Sur la figure ci-dessous les droites (EF) et (MN) sont parallèles



Calculer les longueurs OE et MN sachant que :

$OM = 5\text{cm}$; $OF = 2\text{cm}$; $EF = 2\text{cm}$ et $ON = 4\text{cm}$

Réponse

Dans le triangle OMN

$E \in (OM)$ et $F \in (ON)$ et $(EF) \parallel (MN)$

D'après théorème direct de Thalès

$$\frac{OE}{OM} = \frac{OF}{ON} = \frac{EF}{MN}$$

$$\frac{OE}{5} = \frac{2}{4} = \frac{2}{MN} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } OE = \frac{5}{2}$$

$$\text{et } \frac{2}{MN} = \frac{1}{2} \text{ donc } MN = 4$$

II. LA RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES

Théorème

ABC est un triangle

M est un point de (AB) et N est un point de (AC)

Si les points A, M et B et les points A, N et C sont rangés dans le même ordre et

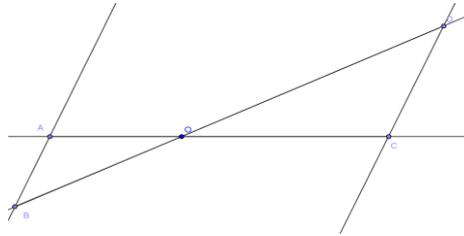
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ alors } (MN) // (BC)$$

Remarque

Si l'une des quatre conditions n'est pas satisfaite alors les droites ne sont pas parallèles

Exercice 1

Sur la figure ci-dessous



Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles sachant que

$$OA = 7\text{cm}, OC = 11\text{cm}, OB = 9,8\text{cm} \text{ et } OD = 15,4\text{cm}$$

Réponse

$$\text{On a } \frac{OA}{OC} = \frac{7}{11} \text{ et } \frac{OB}{OD} = \frac{9,8}{15,4} = \frac{98}{154} = \frac{7}{11}$$

$$\text{Donc } \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

Dans le triangle OAB

$$C \in (OA), D \in (OB) \text{ et } \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

Et puisque les points O, A et C sont rangés dans le même ordre que les points O, B et D

D'après la réciproque du théorème de Thalès $(AB) // (CD)$

Exercice 2

ABC un triangle tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 4\text{cm}$ (voir la figure)

Le point M est le milieu de $[AB]$ et N un point tel que $A \in [NC]$ et $AN = 2\text{cm}$

$$\text{Comparer } \frac{AM}{AB} \text{ et } \frac{AN}{AC}$$

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse

Réponse

$$\text{On a } M \text{ milieu de } [AB] \text{ donc } AM = MB = \frac{1}{2} AB = 2\text{cm}$$

$$\text{Et } AN = 2\text{cm}$$

$$\text{On a } \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

M milieu de $[AB]$ donc $M \in [AB]$

$A \in [NC]$ donc $N \notin [AC]$

Les points A, M et B ne sont pas rangés dans le ordre que les points A, N et C

Donc (BC) et (MN) ne sont pas parallèles