CORRECTION DU DEVOIR À DOMICILE N°3 SEMESTRE 1

سبيل للرياضيات

Exercice 1

1. *Montrons que les triangles* AFB *et* AMC *sont semblables*

$A\hat{F}B = A\hat{C}M$ *(angles inscrits interceptant le même arc* $\overset{\frown}{AB}$ *)*

$B\hat{A}F = 90°$ *(angle inscrit interceptant un demi-cercle)*

$A\hat{M}C = 90°$ *(* M *le projeté orthogonal de* A *sur* (BC) *)*

Donc $B\hat{A}F = A\hat{M}C$

On a $B\hat{A}F = A\hat{M}C$ *et* $A\hat{F}B = A\hat{C}M$

Donc les deux triangles AFB *et* MCA *sont semblables*

2. AFB *et* MCA *sont semblables donc* $\frac{AF}{MC} = \frac{AB}{AM} = \frac{FB}{CA}$

   On a $\frac{AB}{AM} = \frac{FB}{CA}$ *donc* $AB \times AC = AM \times FB$

   Et puisque $AB = AC$ *(* ABC *est isocèle en A)*

   Donc $AB^2 = AM \times FB$

Exercice 2

1) *Le triangle* ABC *tel que* $AB = 9cm$. $AC = 3\sqrt{5}cm$ *et* $BC = 6cm$

Donc $AB^2 = 81$, $AC^2 = 45$ *et* $BC^2 = 36$

on a $AC^2 + BC^2 = 45 + 36 = 81$

donc $AC^2 + BC^2 = AB^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore
le triangle ABC *est rectangle en* C

2) *On a* ABC *est rectangle en* C

$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{AB} = \frac{3\sqrt{5}}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos A\hat{B}C = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{BC} = \frac{3\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

3) $$\begin{aligned} E &= 3\sin^2 \hat{B} + 3\sin^2 \hat{A} - 3 \\ &= 3\sin^2 \hat{B} + 3\cos^2 B - 3 \\ &= 3\left(\sin^2 \hat{B} + \cos^2 B\right) - 3 \\ &= 3 \times 1 - 3 \\ &= 3 - 3 = 0 \\ E &= 0 \end{aligned}$$

hassan.sabil56@gmail.com

Exercice 3

On a $\cos x = 0.7 = \dfrac{7}{10}$

et on sait que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$= 1 - \frac{49}{100}$$

$$= \frac{51}{100}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

On a $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{\sqrt{51}}{10} \times \dfrac{10}{7}$ *Donc* $\tan x = \dfrac{\sqrt{51}}{7}$

$$A = 3\cos^2 35° + 2\cos 40° + 3\cos^2 55° - 2\sin 50°$$

$$= 3\cos^2 35° + 3\cos^2 55° + 2\cos 40° - 2\sin 50°$$

$$= 3\cos^2 35° + 3\sin^2 35° + 2\cos 40° - 2\cos 40°$$

$$= 3\left(\cos^2 35° + \sin^2 35°\right) + 0$$

$$A = 3$$

$$B = 2\sin^2 33° + \tan 62° \times \tan 28° + 2\sin^2 57°$$

$$= 2\sin^2 33° + 2\sin^2 57° + \tan 62° \times \frac{1}{\tan 62°}$$

$$= 2\sin^2 33° + 2\cos^2 33° + 1$$

$$= 2\left(\sin^2 33° + \cos^2 33°\right) + 1$$

$$= 2 \times 1 + 1$$

$$= 2 + 1 + 3$$

$$B = 3$$

hassan.sabil56@gmail.com

Exercice 4

Montrons que $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha+2\cos^2\alpha=1$

$$\begin{aligned}\sin^4\alpha-\cos^4\alpha+2\cos^2\alpha&=\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)+2\cos^2\alpha\\&=1\times\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)+2\cos^2\alpha\\&=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+2\cos^2\alpha\\&=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\\&=1\end{aligned}$$

Montrons que $\dfrac{\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha-1}{\sin^2\alpha}=1$

$$\begin{aligned}\frac{\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha-1}{\sin^2\alpha}&=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+\sin^2\alpha-1}{\sin^2\alpha}\\&=\frac{1+\sin^2\alpha-1}{\sin^2\alpha}\\&=\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}=1\end{aligned}$$

Montrons que $\tan^2\alpha-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=-1$

$$\begin{aligned}\tan^2\alpha-\frac{1}{\cos^2\alpha}&=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\frac{1}{\cos^2\alpha}\\&=\frac{\sin^2\alpha-1}{\cos^2\alpha}\\&=\frac{\sin^2\alpha-\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)}{\cos^2\alpha}\\&=\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}\\&=\frac{-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=-1\end{aligned}$$

Exercice 5

On a $A\hat{B}C=A\hat{M}C$ *(angles inscrits interceptant le même arc* $\overset{\frown}{AC}$ *)*

Donc $A\hat{B}C=32°$

$A\hat{C}B=\dfrac{1}{2}A\hat{O}B$ *(angle inscrit associé à l'angle au centre* $A\hat{O}B$ *)*

Donc $A\hat{C}B=\dfrac{1}{2}\times 136°=68°$

$A\hat{C}B=68°$

On sait que $C\hat{A}B+A\hat{B}C+A\hat{C}B=180°$

$C\hat{A}B=180°-\left(A\hat{B}C+A\hat{C}B\right)$

$C\hat{A}B=180°-\left(32°+68°\right)$

$C\hat{A}B=180°-100°=80°$

hassan.sabil56@gmail.com