

THEOREME DE PYTHAGORE

Théorème de Pythagore

Si ABC est un triangle rectangle en A alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Exemple

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 2.5cm$ et $AC = 6.5cm$

Calculer AC

ABC est rectangle en A donc après théorème de Pythagore on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$(2.5)^2 + AC^2 = (6.5)^2$$

$$6.25 + AC^2 = 42.25$$

$$AC^2 = 42.25 - 6.25$$

$$AC^2 = 36 = 6^2$$

$$AC = 6 \text{ ou } AC = -6$$

Puisque AC est positive alors $AC = 6$

Théorème réciproque de Pythagore

Si ABC un triangle tel que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en A

Exemple

Soi ABC un triangle tel que $AB = 17cm$; $AC = 15cm$ et $BC = 8cm$

Montrer que ABC est rectangle

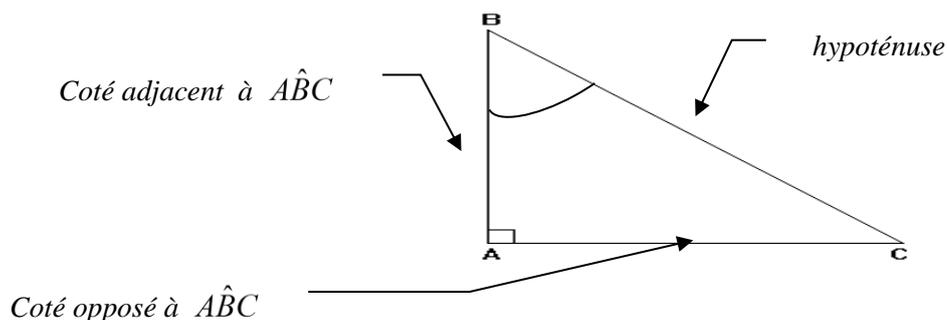
$$AB^2 = 17^2 = 289, \quad AC^2 = 15^2 = 225, \quad BC^2 = 8^2 = 64$$

Et comme $289 = 225 + 64$ alors $AB^2 = AC^2 + BC^2$

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C

RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

ABC est un triangle rectangle en A



Le cosinus de l'angle $\hat{A}BC$ est le quotient : $\frac{\text{longueur du coté adjacent à } \hat{A}BC}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$

On note : $\cos \hat{A}BC = \frac{AB}{BC}$

Le sinus de l'angle $\hat{A}BC$ est le quotient : $\frac{\text{longueur du coté opposé à } \hat{A}BC}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$

On note : $\sin \hat{A}BC = \frac{AC}{BC}$

La tangente de l'angle $\hat{A}BC$ est le quotient : $\frac{\text{longueur du coté opposé à } \hat{A}BC}{\text{longueur du coté adjacent à } \hat{A}BC} = \frac{AC}{AB}$

On note : $\tan \hat{A}BC = \frac{AC}{AB}$

Exemple

ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 3\text{cm}$ et $AC = 6\text{cm}$

calculer les rapports trigonométriques de l'angle ACB

Les relations trigonométriques

1) propriétés

Soit x un angle aigu $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	Soit x un angle tel que $0^\circ < x < 90^\circ$ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
---	--

Remarque

Soit x un angle aigu $0 < \sin x < 1$ et $0 < \cos x < 1$
--

Exercice

x est la mesure d'un angle aigu tel que $\sin x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Calculons $\cos x$ et $\tan x$

Correction :

On sait que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$\cos^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{7}{16}$$

$$= \frac{9}{16}$$

$$\cos x = \sqrt{\frac{9}{16}}$$

Donc

$$= \frac{3}{4}$$

On sait que $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$\tan x = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\begin{aligned} \cos x &= \sqrt{\frac{9}{16}} \\ \text{donc} \quad &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$