

Exercice 1

1. $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

$\sqrt{37^2} = 37$

$2023^0 = 1$

2. $(7 - \sqrt{6})^2 = 49 - 14\sqrt{6} + 6$

$= 55 - 14\sqrt{6}$

En déduire $\sqrt{55 - 14\sqrt{6}}$

$\sqrt{55 - 14\sqrt{6}} = \sqrt{(7 - \sqrt{6})^2}$

$= 7 - \sqrt{6}$

3. $A = \frac{4}{\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{13}$

$B = \frac{5}{\sqrt{11} - \sqrt{6}} = \frac{5(\sqrt{11} + \sqrt{6})}{(\sqrt{11} - \sqrt{6})(\sqrt{11} + \sqrt{6})}$

$= \frac{5(\sqrt{11} + \sqrt{6})}{11 - 6}$

$= \frac{5(\sqrt{11} + \sqrt{6})}{5}$

$B = \sqrt{11} + \sqrt{6}$

Exercice 2

1) Encadrons $x + y$; $2x - 3y$ et xy

✓ $3 \leq x \leq 5$ et $1 \leq y \leq 3$

$3 + 1 \leq x + y \leq 5 + 3$

$4 \leq x + y \leq 8$

✓ $6 \leq 2x \leq 10$ et $-9 \leq 3y \leq -3$

$6 + (-9) \leq 2x + (-3y) \leq 10 + (-3)$

$-3 \leq 2x - 3y \leq 7$

✓ $3 \leq x \leq 5$ et $1 \leq y \leq 3$

$3 \times 1 \leq x \times y \leq 5 \times 3$

$3 \leq xy \leq 15$

2) Comparons $3\sqrt{5}$ et $5\sqrt{3}$

On a $(3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$

$(5\sqrt{3})^2 = 25 \times 3 = 75$

On a $45 < 75$ c-à-d $(3\sqrt{5})^2 < (5\sqrt{3})^2$

Donc $3\sqrt{5} < 5\sqrt{3}$

En déduire une comparaison de $7 - 3\sqrt{5}$ et $-5\sqrt{3} + 7$

On a $3\sqrt{5} < 5\sqrt{3}$

$-3\sqrt{5} > -5\sqrt{3}$

$7 + (-3\sqrt{5}) > 7 + (-5\sqrt{3})$

Donc $7 - 3\sqrt{5}$ et $-5\sqrt{3} + 7$

Exercice 3

1-a) On a $AB = \sqrt{5}$; $AC = 2$ et $BC = 3$

$AB^2 = 5$; $AC^2 = 4$ et $BC^2 = 9$

On a $AB^2 + AC^2 = 5 + 4 = 9$

Donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$

D'Après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A

b) $\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$

$\tan ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

1- On a $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Donc $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4}$

$\sin^2 \alpha = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$

D'où $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

On a $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$3) A = (\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2$$

$$A = \sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x$$

$$A = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$A = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$A = 2 \times 1$$

$$A = 2$$

Exercice 4

a) Dans le triangle EFG

$$M \in [EF]; N \in [EG] \text{ et } (MN) \parallel (FG)$$

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}$$

$$\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} \text{ donc } EM = \frac{EN}{EG} \times EF$$

$$EM = \frac{4}{10} \times 5 = \frac{4}{2} = 2$$

$$EM = 2$$

$$\text{On a } \frac{MN}{FG} = \frac{EN}{EG} \text{ donc } FG = \frac{MN \times EG}{EN}$$

$$FG = \frac{3 \times 10}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$$

$$FG = 7.5$$

$$b) \text{ On a } \frac{EF}{ED} = \frac{5}{5+7.5} = \frac{5}{12.5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{et } \frac{EN}{EG} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Donc } \frac{EF}{ED} = \frac{EN}{EG}$$

Dans le triangle DEG

$$F \in (ED); N \in (EG) \text{ et } \frac{EF}{ED} = \frac{EN}{EG}$$

Puisque les points E ; F et D sont rangés dans le même ordre que les points E ; N et G

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès on a $(FN) \parallel (DG)$

Exercice 5

On a $\angle ACB = \angle ADB$ (angles inscrits

interceptant le même arc AB)

$$\text{donc } \angle ACB = 44^\circ$$

On a $\angle AOB = 2\angle ADB$ (angle inscrit associé à un angle au centre)

$$\text{Donc } \angle AOB = 2 \times 44^\circ$$

$$\angle AOB = 88^\circ$$

Exercice 6

a) On a $[AH]$ la hauteur relative au côté $[BC]$

Et puisque ABC est un triangle isocèle en A $[AH]$ est la bissectrice de l'angle BAC

$$\text{Donc } \angle BAH = \angle HAC$$

Et puisque $I \in (AB)$ donc $\angle HAI = \angle HAC$ [1]

$$\angle AHC = 90^\circ \text{ (H le projeté orthogonal de A sur (BC))}$$

$$\angle AIH = 90^\circ \text{ (I le projeté orthogonal de H sur (AB))}$$

$$\text{Donc } \angle AHC = \angle AIH$$
 [2]

De [1] et [2] on déduit que les triangles AHI et ACH sont semblables

b) On a les triangles AHI et ACH sont semblables

$$\text{Donc } \frac{AH}{AC} = \frac{AI}{AH} = \frac{HI}{CH}$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AI}{AH} \text{ donc } AH \times AH = AC \times AI$$

$$\text{Donc } AH^2 = AC \times AI$$



