Royaume du Maroc	Correction de l'examen normalisé local n°1 Janvier 2024	سبيل للرياضيات

Exercice 1

a) $A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 5\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{4\times5} - \sqrt{9\times5} + 5\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

$= (4-3+5)\sqrt{5}$

$\boxed{A = 6\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{\frac{1}{49}} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

$= \frac{1}{7} - \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$

$= \frac{1}{7} - \frac{9}{4} = \frac{4-63}{28}$

$\boxed{B = -\frac{59}{28}}$

$C = \sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{5}} \times \sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

$= \sqrt{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\times\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}$

$= \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 - \sqrt{5}^2}$

$= \sqrt{12-5}$

$\boxed{C = \sqrt{7}}$

b) $G = 0.004\times10^{-4}\times12\times\left(10^{-4}\right)^2$

$= 4\times10^{-3}\times10^{-4}\times12\times10^{-8}$

$= 4\times12\times10^{-3-4-8}$

$= 48\times10^{-15}$

$\boxed{G = 4.8\times10^{-14}}$

$H = 0.005\times3000\times(0.002)^3$

$= 5\times10^{-3}\times3\times10^{3}\times\left(2\times10^{-3}\right)^3$

$= 5\times3\times10^{-3+3}\times2^3\times10^{-9}$

$= 15\times8\times10^{0}\times10^{-9}$

$= 120\times10^{-9}$

$\boxed{H = 1.2\times10^{-7}}$

c) $S = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 - \left(1-\sqrt{3}\right)^2$

$= \left(4+4\sqrt{3}+3\right) - \left(1-2\sqrt{3}+3\right)$

$= 7+4\sqrt{3}-4+2\sqrt{3}$

$\boxed{S = 3+6\sqrt{3}}$

$T = (x-3)^2 - x^2 + 9$

$= (x-3)^2 - \left(x^2-9\right)$

$= (x-3)^2 - (x-3)(x+3)$

$= (x-3)\left[(x-3)-(x+3)\right]$

$= (x-3)\left(\cancel{x}-3-\cancel{x}-3\right)$

$\boxed{T = -6(x-3)}$

Exercice 2

1- a) *Comparons* $4\sqrt{3}$ *et* 7

On a $\left(4\sqrt{3}\right)^2 = 48$ *et* $7^2 = 49$

Puisque $48 < 49$ $c-à-d$ $\left(4\sqrt{3}\right)^2 < 7^2$

Donc $4\sqrt{3} < 7$

b) *On a* $4\sqrt{3} < 7$

$1+4\sqrt{3} < 1+7$

$1+4\sqrt{3} < 8$

Donc $\sqrt{1+4\sqrt{3}} < \sqrt{8}$

D'où $\sqrt{1+4\sqrt{3}} < 2\sqrt{2}$

2- a) *Encadrons* $x+y$; $2x-3y$ *et* xy

✓ *On a* $\frac{3}{2} \le x \le 2$ *et* $4 \le y \le 6$

$\frac{3}{2}+4 \le x+y \le 2+6$

donc $\boxed{\frac{11}{2} \le x+y \le 8}$

✓ $3 \le 2x \le 4$ *et* $-18 \le -3y \le -12$

$3+(-18) \le 2x+(-3y) \le 4+(-12)$

Donc $\boxed{-15 \le 2x-3y \le -8}$

✓ $\frac{3}{2} \le x \le 2$ et $4 \le y \le 6$

$\frac{3}{2} \times 4 \le xy \le 2 \times 6$

$\boxed{6 \le xy \le 12}$

b) montrons que $3 \le z \le 8$

On a $2 \le \sqrt{z+1} \le 3$

$4 \le z+1 \le 9$

$4-1 \le z+1-1 \le 9-1$

Donc $\boxed{3 \le z \le 8}$

Exercice 3

1- Calculons BC

On a $BC = BM + MC$

$= 4+8 = 12$

$\boxed{BC = 12}$

Dans le triangle ABC

$M \in [BC]$; $E \in [BA]$ et $(EM)//(AC)$

D'après théorème de Thalès on a

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{EM}{AC}$$

Donc $\frac{5}{BA} = \frac{4}{12} = \frac{EM}{24}$

Donc $4 \times BA = 5 \times 12$ et $12 \times EM = 4 \times 24$

$BA = \frac{5 \times 12}{4} = 5 \times 3$ $\quad EM = \frac{4 \times 24}{12} = 4 \times 2$

$\boxed{BA = 15}$ $\quad \boxed{EM = 8}$

2- Montrons que $(EF)//(BC)$

On a $AE = AB - BE$

$= 15 - 5 = 10$

On a $\frac{AE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AF}{AC} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

Donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

et puisque les points A ; E et B sont rangés dans le même ordre que les points A ; F et C

D'après la réciproque de théorème de Thalès on a $(EF)//(BC)$

Exercice 4

1. Montrons que $AC = 4$

On a ABC un triangle rectangle en A

D'après théorème de Pythagore

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

Donc $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 36 - 20$

$= 16$

$\boxed{AC = 4}$

2- Calculons les rapports trigonométriques

De l'angle ABC

$\sin ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\cos ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

3- Montrons que le triangle BCD est rectangle en B

On a $BC = 6$; $BD = 3$ et $CD = 3\sqrt{5}$

$BC^2 = 36$; $BD^2 = 9$ et $CD^2 = 45$

On a $BC^2 + BD^2 = 36 + 9 = 45$

Donc $BC^2 + BD^2 = CD^2$

D'après la réciproque de théorème de Pythagore BCD est un triangle rectangle en B

Exercice 5

1- Calculons ADB

On a $ADB = ACB$ (angles inscrits interceptant le même arc AB)

Donc $ADB = 30°$

2- a)Montrons que les triangles ABC et AEB sont semblables

On a $AB = AD$ donc est isocèle en A

Donc $ABD = ADB$

Et puisque $E \in [BD]$ on a $ABE = ADB$

Et puisque $ADB = ACB$ (d'après question 1)

Alors $ABE = ACB$ $\boxed{1}$

On a $E \in [AC]$

Donc $EAB = CAB$ $\boxed{2}$ (même angle)

De $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$ on déduit que les triangles ABE et ACB sont semblables

b) En déduire $AB^2 = AE \times AC$ *On a* ABE *et* ACB *sont semblables* *Donc* $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{BE}{CB}$ *On a* $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AB}$ *donc* $AB \times AB = AC \times AE$ *c-à-d* $AB^2 = AE \times AC$	

	d)
	e)

f)	