Royaume du Maroc	Correction de l'examen normalisé local n°2 Janvier 2024	سبيل للرياضيات

Exercice 1

1. Rendons rationnel les dénominateurs

$$A=\frac{12}{3-\sqrt{5}}=\frac{12\times\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\times\left(3+\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{12\times\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}=\frac{12\times\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}$$

$$=3\times\left(3+\sqrt{5}\right)$$

$$\boxed{A=9+3\sqrt{5}}$$

$$B=\frac{16}{\sqrt{12}}=\frac{16\sqrt{12}}{12}$$

$$B=\frac{4\times2\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{B=\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

2. Calculons

$$E=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{\sqrt{18}}{6}\right)^{-3}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{6}{\sqrt{18}}\right)^{3}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\times\frac{6}{\sqrt{18}}\right)^{3}$$

$$\left(\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{6}}{3\cancel{\sqrt{2}}}\right)^{3}=\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$$

$$\boxed{E=\frac{8}{27}}$$

$$F=\sqrt{\sqrt{12}^{2}+4^{2}+\sqrt{(-8)^{2}}}$$

$$=\sqrt{12+16+8}=\sqrt{36}$$

$$\boxed{F=6}$$

3 . Donnons l'écriture scientifique de :

$$X=0.00015\times10^{15}\times2\times10^{-2}$$

$$=15\times10^{-5}\times10^{15}\times2\times10^{-2}$$

$$=15\times2\times10^{-5}\times10^{15}\times10^{-2}$$

$$=30\times10^{-5+15-2}$$

$$=30\times10^{8}$$

$$\boxed{X=3\times10^{9}}$$

4 . a) développons et simplifions

$$G=(3x+1)^{2}+(2x-3)(3x+1)$$

$$=9x^{2}+6x+1+6x^{2}+2x-9x-3$$

$$\boxed{G=15x^{2}-x-2}$$

b) factorisons

$$G=(3x+1)^{2}+(2x-3)(3x+1)$$

$$=(3x+1)(3x+1+2x-3)$$

$$\boxed{G=(3x+1)(5x-2)}$$

Exercice 2

✓ a) comparons $\sqrt{19}$ et $3\sqrt{2}$

On a $\left(\sqrt{19}\right)^{2}=19$ et $\left(3\sqrt{2}\right)^{2}=18$

On a $18<19$ $c-à-d$ $\left(3\sqrt{2}\right)^{2}<\left(\sqrt{19}\right)^{2}$

Donc $3\sqrt{2}<\sqrt{19}$

b) On a $3\sqrt{2}<\sqrt{19}$

$6\sqrt{2}<2\sqrt{19}$ et $4<5$

donc $6\sqrt{2}+4<2\sqrt{19}+5$

✓ a) On a $1\leq x\leq3$ et $2\leq y\leq5$

$$1+2\leq x+y\leq3+5$$

$$\boxed{3\leq x+y\leq8}$$

✓ *On a* $2\le 2x\le 6$ *et* $-15\le -3y\le -6$

$2+(-15)\le 2x+(-3y)\le 6+(-6)$

$$\boxed{-13\le 2x-3y\le 0}$$

✓ *On a* $1\le x\le 3$ *et* $2\le y\le 5$

$1\times 2\le x\times y\le 3\times 5$

$$\boxed{2\le xy\le 15}$$

b) On a $3\le x+y\le 8$ *et* $\frac{1}{15}\le\frac{1}{xy}\le\frac{1}{2}$

$3\times\frac{1}{15}\le(x+y)\times\frac{1}{xy}\le 8\times\frac{1}{2}$

$$\boxed{\frac{1}{5}\le\frac{x+y}{xy}\le 4}$$

Exercice 3

1. *Dans le triangle* ABC

$E\in[AB]$; $F\in[AC]$ *et* $(EF)//(BC)$

D'après le théorème de Thalès on a $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$

On a $\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$ *donc* $\frac{2}{8}=\frac{3}{BC}$

$2\times BC=8\times 3$

$BC=\frac{24}{2}=12$

$$\boxed{BC=12}$$

2. *On a* $\frac{EA}{EB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ *et* $\frac{EF}{EG}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

Donc $\frac{EA}{EB}=\frac{EF}{EG}$

Dans le triangle EBG

$F\in[EG]$, $A\in(EB)$ *et* $\frac{EA}{EB}=\frac{EF}{EG}$

On a les points E , A *et* B *sont rangés dans le même ordre que les points* E , F *et* G

D'après la réciproque du théorème de Thalès alors $(AF)//(BG)$

Exercice 4

1) *a) montrons que le triangle est rectangle* ABC

On a $AB=\sqrt{5}$, $AC=3$ *et* $BC=2$

$AB^2=5$, $AC^2=9$ *et* $BC^2=4$

On a $AB^2+BC^2=5+4=9$

Donc $AB^2+BC^2=AC^2$

D'où le triangle ABC *est rectangle en* B

b) ABC *est un triangle rectangle en* B

$\cos B\hat{C}A=\frac{CB}{AC}=\frac{2}{3}$

$\sin B\hat{C}A=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan B\hat{C}A=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

2) *On a* $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

$\sin^2\alpha=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$

Donc $\boxed{\sin\alpha=\frac{4}{5}}$

$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{4}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{5}}{3}=\frac{4}{3}$

$$\boxed{\tan\alpha=\frac{4}{3}}$$

3) $X=\cos^2 40^\circ+3\sin 20^\circ+\cos^2 5O^\circ-3\cos 70^\circ$

$X=\cos^2 40^\circ+3\sin 20^\circ+\cos^2 5O^\circ-3\cos 70^\circ$

$=\cos^2 40^\circ+\cancel{3}\sin 20^\circ+\sin^2 40^\circ-\cancel{3}\sin 20^\circ$

$=\cos^2 40^\circ+\sin^2 40^\circ$

$$\boxed{X=1}$$

4) $Y=\sqrt{(1-\sin x)}\times\sqrt{(1+\sin x)}\times\dfrac{1}{\cos x}$

$$Y=\sqrt{(1-\sin x)(1+\sin x)}\times\frac{1}{\cos x}$$

$$Y=\sqrt{1-\sin^2 x}\times\frac{1}{\cos x}$$

$$Y=\sqrt{\cos^2 x}\times\frac{1}{\cos x}$$

$$Y=\cancel{\cos} x\times\frac{1}{\cancel{\cos} x}=1$$

$$\boxed{Y=1}$$

Exercice 5

1) *On a* $A\hat{C}B=A\hat{D}B$ *(angles inscrits interceptant le même arc* AB *)*

2) *On a* $A\hat{C}B=\dfrac{1}{2}A\hat{O}B$ *(angle inscrit associé à un angle au centre)*

$$\boxed{A\hat{C}B=60°}$$

Exercice 6

1. *On a* $A\hat{M}E=A\hat{C}B$ *(donnée)*
   Et $E\in[AC]$ *et* $M\in[AB]$
   Donc $M\hat{A}E=B\hat{A}C$ *(même angle)*
   On a $A\hat{M}E=A\hat{C}B$ *et* $M\hat{A}E=B\hat{A}C$
   Donc les deux triangles AME *et* ACB
   sont semblables

2. *Calculons* AM *et* AE
   On a AME *et* ACB *et sont semblables*
   Donc $\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{ME}{CB}$

$\dfrac{ME}{CB}=\dfrac{AM}{AC}$ *donc* $\dfrac{ME}{CB}=\dfrac{\frac{1}{2}AB}{AC}$

On a $\dfrac{ME}{5.7}=\dfrac{2.1}{6.3}=\dfrac{1}{3}$

$$ME=\frac{5.7}{3}=1.9$$

$$\boxed{ME=1.9}$$

On a $\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{1}{2}AB}{AC}=\dfrac{2.1}{6.3}=\dfrac{1}{3}$

$$AE=\frac{1}{3}AB$$

$$AE=\frac{1}{3}\times 4.2$$

$$\boxed{AE=1.4}$$

$On\ a\ \dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{1}{2}AB}{AC}=\dfrac{2.1}{6.3}=\dfrac{1}{3}$ $AE=\dfrac{1}{3}AB$ $AE=\dfrac{1}{3}\times 4.2$ $\boxed{AE=1.4}$	