Royaume du Maroc	Correction de l'examen normalisé local n°4 Janvier 2024	سبيل للرياضيات

Exercice 1

1)

a) $A=x^2+4x+4+(x+2)(7-x)$

$=x^2+4x+4+7x-x^2+14-2x$

$=9x+18$

b) $A=x^2+4x+4+(x+2)(7-x)$

$=(x+2)^2+(x+2)(7-x)$

$=(x+2)(x+2+7-x)$

$=(x+2)\times 9$

$=9\times(x+2)$

2) $B=\sqrt{\sqrt{9}+1}$, $C=7\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$

$=\sqrt{3+1}$, $=7\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$=\sqrt{4}$, $=(7+2-4)\sqrt{2}$

$=2$, $=5\sqrt{2}$

3) $\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{3}\times(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$

$=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{5-1}$

$=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{4}$

4) $D=\frac{3\times(10^2)^4\times 2\times 10^{-3}}{10^7}$

$D=\frac{3\times 10^8\times 4\times 10^3}{10^7}$

$D=\frac{12\times 10^{8+3}}{10^7}$

$D=12\times 10^{11-7}$

$D=12\times 10^4$

$D=1.2\times 10^5$

Exercice2

1) a) Comparons $3\sqrt{7}$ et $5\sqrt{3}$

On a

$(3\sqrt{7})^2=9\times 7$ et $(5\sqrt{3})^2=25\times 3$

$=63$ $\quad$ $=75$

On a $63<75$ c.à.d $(3\sqrt{7})^2<(5\sqrt{3})^2$

Donc $3\sqrt{7}<5\sqrt{3}$

b) On a $3\sqrt{7}<5\sqrt{3}$ et $7<8$

donc $3\sqrt{7}+7<5\sqrt{3}+8$

2) a)Encadrons

$x+y$; $x-y$ et $2x+3y$

On a

✓ $-5\le x\le -2$ et $3\le y\le 6$

$-5+3\le x+y\le -2+6$

$-2\le x+y\le 4$

✓ $-5\le x\le -2$ et $-6\le -y\le -3$

$-5-6\le x-y\le -2-3$

$-11\le x-y\le -5$

✓ $-10\le 2x\le -4$ et $9\le 3y\le 18$

$-10+9\le 2x+3y\le -4+18$

$-1\le 2x+3y\le 14$

b) Montrons que $2\le z\le 5$

On a $3\le \frac{2z+5}{3}\le 5$

$3\times 3\le 3\times\frac{2z+5}{3}\le 3\times 5$

$9\le 2z+5\le 15$

$9-5\le 2z+5-5\le 15-5$

$4\le 2z\le 10$

$\frac{1}{2}\times 4\le \frac{1}{2}\times 2z\le \frac{1}{2}\times 10$

Donc $2\le z\le 5$

En déduire l'encadrement de

On a $3\le y\le 6$ et $2\le z\le 5$

Donc $3\times 2\le yz\le 6\times 5$

$6\le yz\le 30$

Exercice 3

1)Dans le triangle ABC

$M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN)//(BC)$

D'après le théorème de Thalès on a

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

$$AC = \frac{AN \times AB}{AM}$$

$$AC = \frac{2.5 \times 3.2}{2} = 4$$

Donc $AC = 4$

On a $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$

$$MN = \frac{AM \times BC}{AB}$$

$$MN = \frac{2 \times 4.8}{3.2} = 3$$

Donc $MN = 3$

2)montrons que $(AC)//(DM)$

On a $\frac{BA}{BM} = \frac{3.2}{5.2} = \frac{8}{13}$ et $\frac{BC}{BD} = \frac{4.8}{7.8} = \frac{8}{13}$

Donc $\frac{BA}{BM} = \frac{BC}{BD}$

Dans le triangle BMD

$A \in (BM)$; $C \in (BD)$ et $\frac{BA}{BM} = \frac{BC}{BD}$

Et puisque les points B , A et M sont rangés dans le même ordre que les points B , C et D

D'après la réciproque du théorème de Thalès

$(AC)//(DM)$

Exercice 4

1. Montrons que le triangle ABC est rectangle

On a $AB = \sqrt{5}$; $AC = 3$ et $BC = 2$

$AB^2 = 5$; $AC^2 = 9$ et $BC^2 = 4$

$AB^2 + BC^2 = 5 + 4 = 9$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B

2. On a $\cos ACB = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{3}$

$$\sin ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

3. On a H le projeté orthogonal de B sur (AC) donc $(BH) \perp (AC)$

D'où le triangle BCH est rectangle en H

Et d'après le théorème de Pythagore

$CH^2 + BH^2 = BC^2$

Donc $CH^2 = BC^2 - BH^2$

$$CH^2 = 4 - \frac{4 \times 5}{9}$$

$$CH^2 = \frac{36 - 20}{9} = \frac{16}{9}$$

D'où $CH = \frac{4}{3} \approx 1.33$

4. On sait que $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Donc $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$$= 1 - \frac{5}{9} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$$

D'où $\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

5. Montrons que $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{2\sin^2\alpha - 1} = 1$

On a $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{2\sin^2\alpha - 1} = \frac{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) \times (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)}{2\text{in}^2\alpha - 1}$

$$= \frac{1 \times (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)}{2\text{in}^2\alpha - 1}$$

$$= \frac{\sin^2\alpha - (1 - \sin^2\alpha)}{2\text{in}^2\alpha - 1}$$

$$= \frac{\sin^2\alpha - 1 + \sin^2\alpha}{2\text{in}^2\alpha - 1}$$

$$= \frac{2\sin^2\alpha - 1}{2\text{in}^2\alpha - 1} = 1$$

donc $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{2\sin^2\alpha - 1} = 1$

Exercice 5

a) *Montrons que les triangles* ABT et ASC *sont semblables*

On a $BAT = TAC$ *(*$[BT)$ *bissectrice de l'angle* BAC *)*

Et puisque $S \in (AT)$ *alors* $BAT = SAC$ $\boxed{1}$

$ATB = SCA$ *(angles inscrits interceptant le même arc* AB *)* $\boxed{2}$

De $\boxed{1}$ *et* $\boxed{2}$ *on déduit que les deux triangles* BAT et SAC *sont semblables*

b) *En déduire que* $AS \times AT = AB \times AC$

On a BAT et SAC *sont semblables*

donc $\frac{BA}{SA} = \frac{BT}{SC} = \frac{AT}{AC}$

On a $\frac{BA}{SA} = \frac{AT}{AC}$ *donc* $BA \times AC = SA \times AT$

D'où $AB \times AC = AS \times AT$